UNIVERSITE DE GENEVE

Laboratoire de géophysique

FACULTE DES SCIENCES

Professeur C. Meyer de Stadelhofen

QUELQUES POSSIBILITES DES METHODES OBJECTIVES POUR L'ETABLISSEMENT DES CARTES EN GEOPHYSIQUE

THESE

présentée à la Faculté des sciences

de l'Université de Genève

pour obtenir le grade de docteur ès sciences géophysiques

par

Paul F. CZEGLEDY

de

NEW YORK (USA)

Thèse N° 1517

Genève, Offset Ecole de physique, 1970

UNIVERSITE DE GENEVE — FACULTE DES SCIENCES

Laboratoire de géophysique — Professeur C. Meyer de Stadelhofen

QUELQUES POSSIBILITES DES METHODES OBJECTIVES POUR L'ETABLISSEMENT DES CARTES EN GEOPHYSIQUE

THESE

présentée à la Faculté des sciences

de l'Université de Genève

pour obtenir le grade de docteur ès sciences géophysiques

par

Paul F. CZEGLEDY

de

NEW YORK (USA)

Thèse N° 1517

Genève, Offset Ecole de physique, 1970

La Faculté des sciences, sur le préavis du professeur C. MEYER DE STADELHOFEN directeur de thèse et du professeur A. LINDER , autorise l'impression de la présente thèse, sans exprimer d'opinion sur les propositions qui y sont énoncées.

GENEVE, le 28 avril 1970

Le doyen : Marc VUAGNAT

THESE N° 1517

UNIV. LEIDEN BIBL.

AVANT-PROPOS

Cette étude est dédiée à la mémoire de feu mon père, Monsieur Ferenc Czeglédy.

Monsieur le Professeur C. Meyer de Stadelhofen, directeur de l'Institut de géophysique de l'Université de Lausanne et ancien directeur du Laboratoire de géophysique de l'Université de Genève, m'a suggéré d'entreprendre une étude sur l'emploi des méthodes objectives dans le traitement de l'information en géophysique et a bien voulu en assumer la direction. Je tiens à lui exprimer ma plus vive reconnaissance et à la remercier bien sincèrement pour son aide et ses précieux conseils.

J'aimerais également remercier Monsieur le Professeur A. Linder, directeur du Laboratoire de statistique mathématique, qui malgré les nombreuses charges qui lui incombent, a eu la bienveillance de relire mon manuscript et d'en faire la critique.

Je ne saurais oublier Monsieur le Professeur B. Levrat, directeur de l'Institut interfacultaire de calcul électronique, qui a mis généreusement toutes les facilités de son centre à ma disposition.

Enfin ma gratitude va à Monsieur le Docteur J.-J. Wagner, Chargé de cours au Laboratoire de géophysique, avec qui les discussions constructives et amicales ont été des plus stimulantes.

T A B L E D E S M A T I E R E S

	Pages
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I.	3
Introduction au langage probabilistique des erreurs de mesure.	
CHAPITRE II.	14
Introduction à l'étude des modèles linéaires.	
CHAPITRE III.	25
Description des modèles.	
Modèle 1 : énumération des combinaisons des monômes.	28
Modèle 2 : mise en concurrence des monômes dans l'algorithme d'Efroymson.	33
Modèle 3 : polynômes orthogonaux	39
Modèle 4 : fonctions trigonométriques	46
Modèle 5 : polynômes locaux	55
CONCLUSION	59
BIBLIOGRAPHIE	62
APPENDICE I.	
Tables des données	
APPENDICE II.	
Cartes isométriques.	

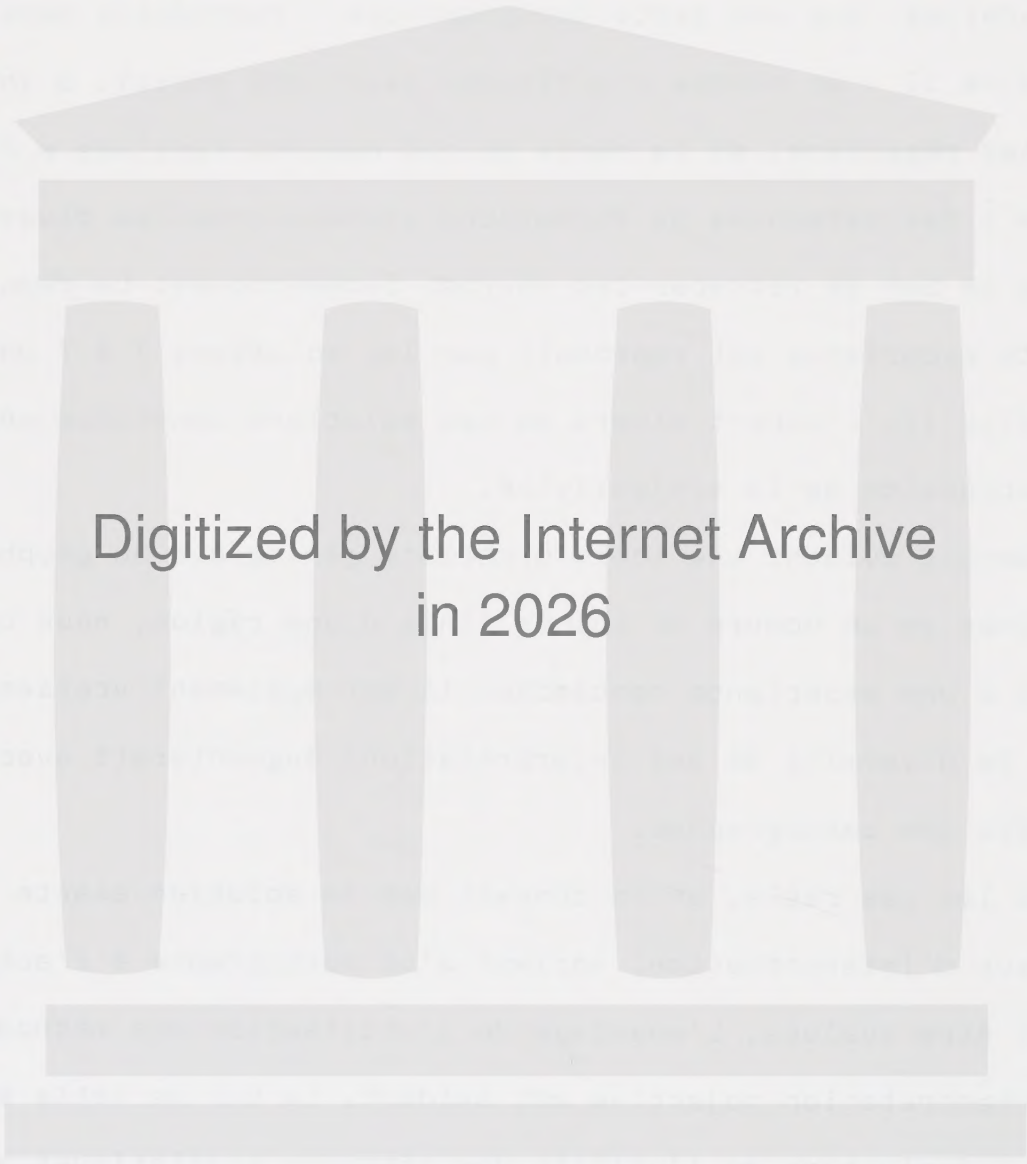
INTRODUCTION

Le problème de subjectivité des interprétations géophysiques a été illustré par un exemple du Professeur E. Poldini et présenté à la séance du 7 juin 1944 de la Société vaudoise des sciences naturelles. Sur une carte topographique - reproduite dans l'appendice II - un nombre d'altitudes avait été choisi, à intervalles réguliers, et la carte de ces mesures fictives a été soumise à des personnes de formations professionnelles diverses, dans le but de retracer les courbes isométriques. Le résultat de cette expérience est reproduit par les solutions 1 à 7 dans l'appendice II. L'aspect divers de ces solutions constitue une sorte d'expression de la subjectivité.

Il semble évident que toute propriété géologique ou géophysique, mesurée en un nombre de points finis d'une région, nous conduirait à une expérience semblable. Il est également vraisemblable que la diversité de ces interprétations augmenterait avec le nombre des cartographes.

Dans les cas réels, on ne connait pas la solution exacte et la valeur d'interprétation, variant d'un cartographe à l'autre, ne peut être évaluée. L'avantage de l'utilisation des méthodes d'interprétation objective est évident. Le but de cette étude est l'évaluation de l'utilité des méthodes statistiques applicables à ce problème. Les modèles paramétriques linéaires du type suivant font l'objet d'une investigation :

1. Polynômes,
2. Fonctions trigonométriques.


Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41545925_0022

Les paramètres inconnus des modèles sont estimés au moyen du principe des moindres carrés.

Pour exécuter les calculs, des programmes d'ordinateur ont été développés qui tracent automatiquement les cartes isométriques correspondantes aux différents modèles.

L'exemple donné par le professeur E. Poldini est utilisé pour tester l'utilité des différents modèles et pour illustrer la sortie des programmes.

Plusieurs expériences sont faites sur les modèles et les résultats sont comparés.

Dans les deux premiers chapitres de cette étude, les notions statistiques indispensables sont exposées.

Dans le chapitre III, les modèles utilisés sont décrits, ainsi que les expériences faites sur les modèles.

Une conclusion contient les tables pour comparer la performance des différents modèles.

Le premier des appendices inclut les tables contenant d'autres données que celles utilisées dans l'exemple du professeur Poldini.

L'appendice II contient les cartes isométriques.

Les programmes développés sont déposés pour référence à l'Institut de Géophysique de l'Université de Genève.

I

INTRODUCTION AU LANGAGE PROBABILISTIQUE DES ERREURS DE MESURE

Définition 1 : Erreur de mesure

Appelons z la valeur exacte d'une propriété géophysique quelconque et supposons que z varie dans la région d'étude suivant

$$z = H(x,y)$$

Supposons qu'on effectue n nombres de mesure, et le K-ième est fait au point (X_K, Y_K) ou la valeur mesurée est z'_K.

La variable aléatoire

$$\varepsilon_K = z_K - z'_K$$

définit l'erreur de mesure.

Définition 2 : Echantillon de mesure

L'ensemble des erreurs

$$\varepsilon_K \{K = 1, 2, \cdots, n\}$$

constitue un échantillon aléatoire de taille n.

Définition 3 : Population des erreurs de mesure

Supposons que dans la région d'étude il est possible de répéter l'expérience à n mesures, un nombre illimité de fois. L'ensemble des échantillons possibles est appelé "population des erreurs de mesure".

./.

Fonction d'erreur

Soit

$$\varepsilon_\kappa \{\kappa = 1, 2, \cdots, n\}$$

un échantillon des erreurs de mesure.

A l'aide des points

$$\varepsilon'_1, \varepsilon'_2, \cdots \varepsilon'_{m-1}$$

subdivisons l'intervalle

$$\varepsilon_{max} \in \varepsilon_\kappa \{\kappa = 1, 2, \cdots, n\} - \varepsilon_{min} \{\kappa = 1, 2, \cdots, n\}$$

à un nombre de sous-intervalles égaux.

Appelons V_i le nombre d'erreurs qui tombe dans le sous-intervalle i, et supposons que les fréquences

$$f_i = \frac{V_i}{\sum_{j=1}^{m} V_j}$$

produisent un histogramme symétrique par rapport à la valeur moyenne

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i = \sum_{i=1}^{m} V_i f_i$$

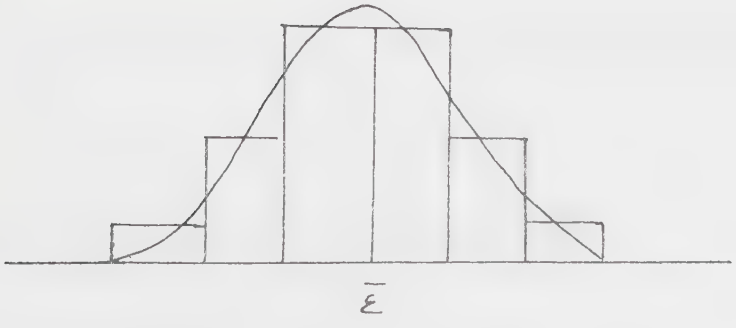


fig. 1.1

./.

Si le nombre des mesures est élevé, l'histogramme peut être approximé par la fonction

$$N(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(\varepsilon-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad (1.3)$$

ou μ est la moyenne et σ^2 est appelée variance de la population des erreurs.

L'approximation est illustrée schématiquement par la figure 1.1

(1.3) est appelé fonction de densité normale ou fonction d'erreur.

L'intégrale définie de cette fonction entre deux limites ε'_2 et ε'_1

$$P\{\varepsilon'_1 < \varepsilon \leq \varepsilon'_2\} = \int_{\varepsilon'_1}^{\varepsilon'_2} N(\varepsilon)\, d\varepsilon = F(\varepsilon'_2) - F(\varepsilon'_1) \qquad (1.4)$$

exprime la probabilité que l'erreur d'une mesure dans un point arbitraire de la région est comprise entre ε'_1 et ε'_2

La fonction

$$F(\varepsilon'_2) = \int_{-\infty}^{\varepsilon'_2} N(\varepsilon)\, d\varepsilon \qquad (1.5)$$

exprime la probabilité que l'erreur dans un point arbitraire de la région ne dépasserait pas la valeur ε'_2.

La fonction (1.3) possède les propriétés suivantes :

a) $$\int_{-\infty}^{\infty} N(\varepsilon)\, d\varepsilon = 1 \qquad (1.6)$$

b) $F(\varepsilon') = \int_{-\infty}^{\varepsilon'} N(\varepsilon)\, d\varepsilon$ est une fonction non décroissante

Toute fonction possédant ces propriétés est appelée fonction de densité.

Définition 4 : Variable standardisée

Toute variable exprimée en unité d'écart de sa moyenne et divisée par la racine carrée de sa variance est une variable standardisée.

./.

Ainsi par exemple

$$u = \frac{(\varepsilon - \bar{\varepsilon})}{\sigma} \qquad (1.7)$$

est standardisée, et possède les deux propriétés suivantes :

a) Valeur moyenne de u est zéro

b) Variance de u est unité.

Intervalle de confiance pour la moyenne

des erreurs de mesure

La relation probabilistique entre les variables aléatoires u et ε s'exprime facilement par

$$P\{u \le u'\} = P\left\{\frac{\varepsilon - \bar{\varepsilon}}{\sigma} \le u'\right\} = P\{\varepsilon \le \bar{\varepsilon} + \sigma u'\}$$

$$P\{u \le -u'\} = P\left\{\frac{\varepsilon - \bar{\varepsilon}}{\sigma} \le -u'\right\} = P\{\varepsilon \le \bar{\varepsilon} - \sigma u'\} \qquad (1.8)$$

La différence des deux probabilités

$$P\{u \le u'\} - P\{u \le -u'\} = P\{\varepsilon \le \bar{\varepsilon} + \sigma u'\} - P\{\varepsilon \le \bar{\varepsilon} - \sigma u'\}$$

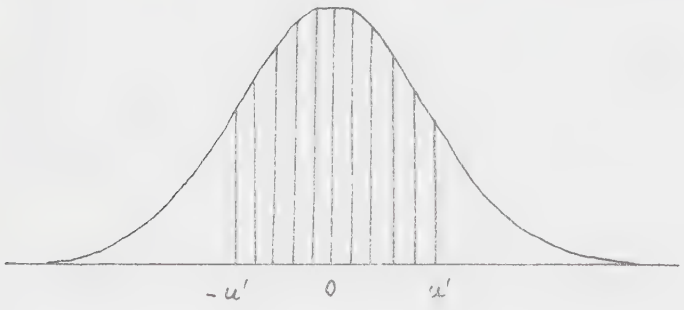


fig. 1.2

correspond à la portion de la surface hachurée de la fig. 1.2 qui est égale à

$$P\{-u' \le u \le u'\} = P\{\bar{\varepsilon} - \sigma u' \le \varepsilon \le \bar{\varepsilon} + \sigma u'\}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-u'}^{u'} e^{-\frac{u^2}{2}} du = F(u') - F(-u')$$

./.

Les valeurs de F(u) pour $-4.99 \leq u \leq 4.99$ sont tabulées en pages 558-559 de référence 2 .

Par exemple, si u'=1, F(u') - F(-u') = 0.8413 - 0.1587 = 0.6826 est la probabilité que l'erreur d'une mesure arbitraire est comprise entre $\bar{\varepsilon} \pm \sigma$. Les paramètres $\bar{\varepsilon}$ et σ doivent être estimés d'un échantillon $\varepsilon_k \{k = 1, 2, \cdots n\}$ des erreurs de mesure.

La quantité

$$I = \left|(\bar{\varepsilon} + \sigma u_p) - (\bar{\varepsilon} - \sigma u_p)\right| = 2 u_p \sigma \qquad (1.10)$$

est la longueur de l'intervalle de confiance associée avec la probabilité p.

De (1.10) il est évident que I diminue avec σ , plus σ est petit plus les erreurs s'accumulent au voisinage de la moyenne. Pour cette raison σ est une mesure de dispersion. Dans le cas extrême, où $\sigma^2 = \sigma = 0$, les erreurs ne varient plus mais se confondent avec la moyenne $\bar{\varepsilon}$. Nous sommes arrivés à la probabilité 0.6826 en choisissant u=1. Pour répondre à la question inverse : quelle doit être la valeur de u pour être P_α certaine que l'erreur d'une mesure arbitraire est contenue dans l'intervalle $\bar{\varepsilon} \pm u_\alpha \sigma$

il faut que

$$P\{u \leq u_\alpha\} - P\{u \leq -u_\alpha\} = P_\alpha$$

Comme la fonction de densité normale est symétrique par rapport à u=0 -voir fig. 1.1-

$$P\{u \leq -u_\alpha\} = 1 - P\{u \leq u_\alpha\}$$

En substituant ceci dans l'expression de P_α, $2P\{u \leq u_\alpha\} = P_\alpha + 1$

d'où

$$P\{u \leq u_\alpha\} = (P_\alpha + 1)/2 \qquad (1.11)$$

./.

on retrouve la valeur de u_α à l'entrée de la table F(u) avec

$$P = (P_\alpha + 1)/2$$

Par exemple : si $P_\alpha = 0.95$, $(P_\alpha+1)/2 = 0.975$

et $u_{0.95} = 1.96$ c'est-à-dire

$$P\{\bar{\varepsilon} - 1.96\sigma \leq \varepsilon \leq \bar{\varepsilon} + 1.96\sigma\} = 0.95$$

Espérance mathématique

L'espérance mathématique est une expression générale de la moyenne d'une variable aléatoire.

Nous ne considérons que l'espérance mathématique des variables aléatoires importantes qui peuvent être exprimées en fonction linéaire des erreurs de mesure. Comme les erreurs de mesure suivent la loi de répartition normale, toute fonction linéaire des erreurs de mesure est aussi répartie suivant la loi normale (réf. 2, p. 408) dont les paramètres - la moyenne et la variance - peuvent être définis à l'aide d'espérance mathématique.

1. L'espérance mathématique d'une constante est une constante :

$$E[c] = \int_{-\infty}^{\infty} c\, N(\varepsilon)\, d\varepsilon = c \int_{-\infty}^{\infty} N(\varepsilon)\, d\varepsilon = c \qquad (1.12)$$

2. L'espérance mathématique de la somme des termes linéaires dans les variables aléatoires ε_κ, est la somme des espérances mathématiques des termes :

$$E[b_1\varepsilon_1 + b_2\varepsilon_2 + \cdots + b_n\varepsilon_n] = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa \varepsilon_\kappa\, N(\varepsilon_\kappa)\, d\varepsilon_\kappa$$

$$= \sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa E[\varepsilon_\kappa] \qquad (1.13)$$

./.

Supposons que :

a) Tous les ε_κ viennent de la même population

b) $b_\kappa = \frac{1}{n}$, $\kappa = 1, 2, \cdots, n$

Comme l'espérance mathématique est une expression de la moyenne

$$E[\varepsilon_1] = E[\varepsilon_2] = \cdots = E[\varepsilon_n] = \bar{\varepsilon}_1 = \bar{\varepsilon}_2 = \cdots = \bar{\varepsilon}_n = \bar{\varepsilon}$$

(1.13) devient

$$E\left[\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \cdots + \varepsilon_n}{n}\right] = \frac{1}{n}\sum_{\kappa=1}^{n} E[\varepsilon_\kappa] = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \cdots + \varepsilon_n}{n} = \bar{\varepsilon} \qquad (1.14)$$

qui exprime la propriété de l'estimateur de la moyenne des erreurs - $\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \cdots + \varepsilon_n}{n}$ - : espérance mathématique de l'estimateur égale le paramètre correspondant de la population.

Tout estimateur possédant cette propriété est dit non biaisé :

La valeur estimée de $\bar{\varepsilon}$ est donnée par

$$\hat{\bar{\varepsilon}} = \frac{1}{n}\sum_{\kappa=1}^{n} \varepsilon_\kappa \qquad (1.15)$$

3. La variance des erreurs de mesure est définie par :

$$\sigma^2 = E[(\varepsilon - E[\varepsilon])^2] = E[\varepsilon^2 - 2E[\varepsilon]\varepsilon + E[\varepsilon]^2]$$

$$= E[\varepsilon^2] - 2E[\varepsilon]E[\varepsilon] + E[\varepsilon]^2 = E[\varepsilon^2] - E[\varepsilon]^2 \qquad (1.16)$$

La valeur estimée de σ^2 est donnée par

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{\kappa=1}^{n} (\varepsilon_\kappa - \hat{\bar{\varepsilon}})^2 \qquad (1.17)$$

4. Soit

$$a = b_1\varepsilon_1 + b_2\varepsilon_2 + \cdots + b_n\varepsilon_n \qquad (1.18)$$

une expression linéaire dans les ε_κ

La variance de a est définie par :

$$VAR(a) = E[(a - E[a])^2] = E\left[\left(\sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa\varepsilon_\kappa - E\left[\sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa\varepsilon_\kappa\right]\right)^2\right]$$

$$= E\left[\left(\sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa\varepsilon_\kappa\right)^2 - 2E\left[\sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa\varepsilon_\kappa\right]\sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa\varepsilon_\kappa + E\left[\sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa\varepsilon_\kappa\right]^2\right]$$

./.

$$= E\left[\left(\sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa \varepsilon_\kappa\right)^2\right] - 2E\left[\sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa \varepsilon_\kappa\right]^2 + E\left[\sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa \varepsilon_\kappa\right]^2$$

$$= E\left[\left(\sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa \varepsilon_\kappa\right)^2\right] - E\left[\sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa \varepsilon_\kappa\right]^2$$

$$= \sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa^2 E[\varepsilon_\kappa^2] - \sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa^2 E[\varepsilon_\kappa]^2 + \sum_{\kappa=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_\kappa b_j E[\varepsilon_\kappa \varepsilon_j]$$

$$- \sum_{\kappa=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ \kappa \neq j}}^{n} b_\kappa b_j E[\varepsilon_\kappa] E[\varepsilon_j]$$

On peut démontrer (réf. 6, p. 209) que si les ε_κ sont les observations indépendantes et viennent de même population, alors

$$E[\varepsilon_\kappa \varepsilon_j] = E[\varepsilon_\kappa] E[\varepsilon_j]$$

qui implique que

$$COV(\varepsilon_\kappa, \varepsilon_j) = E[\varepsilon_\kappa \varepsilon_j] - E[\varepsilon_\kappa] E[\varepsilon_j] = 0 \qquad (1.19)$$

L'expression pour la variance de a se simplifie à

$$VAR(a) = \sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa^2 \left(E[\varepsilon_\kappa^2] - E[\varepsilon_\kappa]^2\right) = \sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa^2 \, VAR(\varepsilon_\kappa)$$

En substituant (1.16) dans cette expression

$$VAR(a) = \sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa^2 \sigma_\kappa^2$$

comme par hypothèse tous les ε_κ viennent de la même population normale

$$VAR(a) = \sigma^2 \sum_{\kappa=1}^{n} b_\kappa^2 \qquad (1.20)$$

5. Considérons 2 régions différentes où on mesure la même propriété géophysique et appelons $\varepsilon^{(1)}$ l'erreur de mesure dans la région 1 et $\varepsilon^{(2)}$ l'erreur de mesure dans la région 2.

Soient : $a_1 = b_{11} \varepsilon_1^{(1)} + b_{12} \varepsilon_2^{(1)} + \cdots + b_{1n} \varepsilon_n^{(1)}$

$$a_2 = b_{21} \varepsilon_1^{(2)} + b_{22} \varepsilon_2^{(2)} + \cdots + b_{2n} \varepsilon_n^{(2)}$$

deux expressions linéaires dans les erreurs de mesure $\varepsilon_\kappa^{(1)}$ et $\varepsilon_\kappa^{(2)}$

./.

La covariance entre a_1 et a_2 est définie par

$$\begin{aligned} Cov(a_1, a_2) &= E\left[\left(a_1 - E[a_1]\right)\left(a_2 - E[a_2]\right)\right] \qquad (1.21) \\ &= E\left[\left(\sum_{\kappa=1}^{n} b_{1\kappa}\varepsilon_\kappa^{(1)} - E\left[\sum_{\kappa=1}^{n} b_{1\kappa}\varepsilon_\kappa^{(1)}\right]\right)\left(\sum_{\kappa=1}^{n} b_{2\kappa}\varepsilon_\kappa^{(2)} - E\left[\sum_{\kappa=1}^{n} b_{2\kappa}\varepsilon_\kappa^{(2)}\right]\right)\right] \\ &= \sum_{\kappa=1}^{n} b_{1\kappa} b_{2\kappa} E[\varepsilon_\kappa^{(1)}\varepsilon_\kappa^{(2)}] - E\left[\sum_{\kappa=1}^{n} b_{1\kappa}\varepsilon_\kappa^{(1)}\right] E\left[\sum_{\kappa=1}^{n} b_{2\kappa}\varepsilon_\kappa^{(2)}\right] \\ &\quad - E\left[\sum_{\kappa=1}^{n} b_{1\kappa}\varepsilon_\kappa^{(1)}\right] E\left[\sum_{\kappa=1}^{n} b_{2\kappa}\varepsilon_\kappa^{(2)}\right] + E\left[\sum_{\kappa=1}^{n} b_{1\kappa}\varepsilon_\kappa^{(1)}\right] E\left[\sum_{\kappa=1}^{n} b_{2\kappa}\varepsilon_\kappa^{(2)}\right] \end{aligned}$$

Si les observations $\varepsilon_\kappa^{(1)}$ et $\varepsilon_\kappa^{(2)}$ sont indépendantes

$$\begin{aligned} Cov(a_1, a_2) &= \sum_{\kappa=1}^{n} b_{1\kappa} b_{2\kappa} E[\varepsilon_\kappa^{(1)}\varepsilon_\kappa^{(2)}] - E\left[\sum_{\kappa=1}^{n} b_{1\kappa}\varepsilon_\kappa^{(1)}\right] E\left[\sum_{\kappa=1}^{n} b_{2\kappa}\varepsilon_\kappa^{(2)}\right] \\ &= \sum_{\kappa=1}^{n} b_{1\kappa} b_{2\kappa} E[\varepsilon_\kappa^{(1)}\varepsilon_\kappa^{(2)}] - \sum_{\kappa=1}^{n} b_{1\kappa} b_{2\kappa} E[\varepsilon_\kappa^{(1)}\varepsilon_\kappa^{(2)}] = 0 \end{aligned}$$

Les deux théorèmes suivants* servent à déterminer le nombre approximatif de mesure pour évaluer la moyenne des erreurs $\bar{\varepsilon}$ avec une précision prédéterminée.

1. La loi des grands nombres

Supposons que toutes les erreurs de mesure viennent de la même population normale, ayant une espérance mathématique finie, et les erreurs sont les observations indépendantes.

$$\lim_{n \to \infty} P\left\{\left|\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \cdots + \varepsilon_n}{n} - E[\varepsilon]\right| < \in\right\} = 1 \qquad (1.22)$$

où $\in$ est un nombre arbitrairement petit.

2. Théorème de CENTRAL LIMITE

Si toutes les conditions du théorème précédent sont satisfaites, et la variance, σ^2 de la population des erreurs est plus grande que zéro mais finie, alors

$$\lim_{n \to \infty} P\left\{-u\sigma\sqrt{n} \le \left|\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \cdots + \varepsilon_n - nE[\varepsilon]\right| \le u\sigma\sqrt{n}\right\} \qquad (1.23)$$

$$= F(u) - F(-u)$$

où $F(u) = \int_{-\infty}^{u} N(\varepsilon)\, d\varepsilon$ est la fonction de répartition normale, et u est une variable standardisée et définie par (1.7).

*Voir les références (réf.6, p. 228) et (réf. 11, p. 371).

Le premier de ces théorèmes dit que plus le nombre des mesures est élevé plus la moyenne d'échantillons s'approche de sa vraie valeur : elle converge en moyen.

Le deuxième théorème affirme que la fonction de répartition de la moyenne s'approche asymptotiquement de la distribution normale : la moyenne converge en probabilité.

Supposons qu'on veut être P_α certain que la moyenne d'un échantillon aléatoire des mesures $\hat{\bar{\varepsilon}}$, est incluse dans l'intervalle

$$\left| \hat{\bar{\varepsilon}} - E[\varepsilon] \right| < \alpha$$

c'est-à-dire

$$P\left\{ \left| \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \cdots \varepsilon_n - n E[\varepsilon]}{n} \right| \leq \alpha \right\} \geq P_\alpha \qquad (1.24)$$

quel est le nombre approximatif de mesures nécessaire ?

De (1.23) et (1.24)

$$P\{ -u\sigma\sqrt{n} \leq |\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \cdots + \varepsilon_n - n E[\varepsilon]| \leq u\sigma\sqrt{n} \}$$

$$\simeq F(u) - F(-u)$$

il faut que

$$u\sigma\sqrt{n} = n\alpha$$

d'où il est nécessaire que

$$n \geq \frac{u^2\sigma^2}{\alpha^2} \qquad (1.25)$$

Similairement à (1.11), à l'entrée de table F(u) à $P = (P_\alpha + 1)/2$ on retrouve la valeur de u pour l'inégalité (1.25). Ainsi par exemple si $\alpha = 1/10$, $P_\alpha = 0.99$, $(P_\alpha + 1)/2 = 0.995$ et $u_{0.995} = 2.57$

En substituant ces valeurs en (1.25), on trouve que $n \geq 660\sigma^2$

Les fonctions de densité de quelques fonctions non-linéaires des erreurs de mesure.

1. La fonction

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} u_i^2$$

a une fonction de densité définie par

$$P\{\chi^2(n)\} = \frac{1}{\left(\frac{n-2}{2}\right)!} \exp\left\{-\frac{\chi^2}{2}\right\} \left(\chi^2/2\right)^{\frac{n-2}{2}} \qquad (1.26)$$

où u est la variable standardisée et définie par (1.7).

2. La fonction

$$F(n_1, n_2) = \left\{ \frac{1}{n_1} \sum_{\kappa=1}^{n_1} u_\kappa^2 \right\} \Big/ \left\{ \frac{1}{n_2} \sum_{\kappa=1}^{n_2} u_\kappa^2 \right\} = \frac{\chi^2(n_1)/n_1}{\chi^2(n_2)/n_2} \tag{1.27}$$

a une fonction de densité définie par

$$P\{F(n_1, n_2)\} = \frac{n_1^{\left(\frac{n_1}{2}\right)} \; n_2^{\left(\frac{n_2}{2}\right)} \left(\frac{n_1 - n_2 - 2}{2}\right)! \left(F(n_1, n_2)\right)^{\left(\frac{n_1 - 2}{2}\right)}}{\left(\frac{n_1 - 2}{2}\right)! \left(\frac{n_2 - 2}{2}\right)! \left(n_2 + n_1 F(n_1, n_2)\right)^{\frac{(n_1 + n_2)}{2}}} \tag{1.28}$$

3. Le carré de la fonction

$$t(n_2) = \frac{u}{\{\chi^2(n_2)/n_2\}^{1/2}} \tag{1.29}$$

est distribué suivant (1.28) avec $n_1 = 1$.

II

INTRODUCTION A L'ETUDE DES MODELES LINEAIRES

MODELE PARAMETRIQUE

On appelle modèle paramétrique la description mathématique d'une relation supposée entre deux ou plusieurs variables.

Supposons le modèle

$$Z'_k = H(x_k, y_k) + \varepsilon_k = a_0 + a_1 f_1(x_k, y_k) + \cdots + f_m(x_k, y_k) + \varepsilon_k \qquad (2.1)$$

où

Z'_k est la valeur d'une propriété géophysique mesurée au point (x_k, y_k) de la région d'étude.

$H(x_k, y_k)$ est la fonction supposée qui décrit la valeur exacte - $Z_k = H(x_k, y_k)$ - de la propriété géophysique en tout point (x_k, y_k) de la région d'étude.

$f_j(x_k, y_k)$, $j = 1,2,\ldots,m$ sont les fonctions linéaires ou non linéaires dans les coordonnées géographiques x et y.

a_j, $j = 0,1,2,\ldots,m$ sont les paramètres exacts mais inconnus du modèle (2.1).

$\varepsilon_k = Z'_k - H(x_k, y_k)$ est l'erreur de mesure supposée au point (x_k, y_k).

Nous supposerons que tous les ε_k viennent de la même population normale, ayant moyenne zéro et variance σ^2.

Le modèle (2.1) est linéaire dans les paramètres, mais le modèle

$$H'(x_k, y_k) = a_0 + \cdots + a_m f_m(x_k, y_k) + \exp\{a_{m+1} f_{m+1}(x_k, y_k) + \cdots + a_{m+s} f_{m+s}(x_k, y_k)\}$$

représente une expression non linéaire dans les paramètres $a_{m+1}, \ldots, a_{m+s}$.

ESTIMATION DES PARAMETRES

Les paramètres inconnus doivent être estimés à partir des mesures. Appelons $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \ldots, \hat{a}_m$ les valeurs estimées des paramètres correspondant à $a_0, a_1, \ldots, a_m$, et soit :

$$\hat{Z}_k = \hat{H}(x_k, y_k) = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 f_1(x_k, y_k) + \cdots + \hat{a}_m f_m(x_k, y_k) \qquad (2.2)$$

l'expression pour la valeur estimée $\hat{Z}_k$ au point (x_k, y_k).
L'estimation au moyen de moindres carrés produit les fonctions - définissant les $\hat{a}_i$ - telles que la somme des carrés des déviations entre les valeurs Z'_k mesurées et les $\hat{Z}_k$ produits par (2.2) est minimum :

$$Q = \sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k^2 = \sum_{k=1}^{n} \{ z'_k - \hat{a}_0 - \hat{a}_1 f_1(x_k, y_k) - \cdots - \hat{a}_m f_m(x_k, y_k) \}^2 \qquad (2.3)$$
$$= \text{MINIMUM}$$

Cette condition est réalisée si les dérivées partielles de Q par rapport aux $\hat{a}_j$ s'annulent simultanément

$$\frac{\partial Q}{\partial \hat{a}_j} = -2 \sum_{k=1}^{n} \{ z'_k - \hat{a}_0 - \hat{a}_1 f_1(x_k, y_k) - \cdots - \hat{a}_m f_m(x_k, y_k) \} = 0, \quad j = 0$$
$$= -2 \sum_{k=1}^{n} \{ z'_k - \hat{a}_0 - \hat{a}_1 f_1(x_k, y_k) - \cdots - \hat{a}_m f_m(x_k, y_k) \} f_j(x_k, y_k) = 0, \qquad (2.4)$$
$$j = 1, 2, \ldots, m$$

où n est le nombre de mesures
et m est le nombre de fonctions définissant le modèle (2.1).
Supposons que les $f_j(x_k, y_k)$ sont exprimées en unité d'écart de leur moyenne :

$$\sum_{k=1}^{n} f_j(x_k, y_k) = 0, \quad j = 1, 2, \ldots, m \qquad (2.5)$$

Toutes les sommes dans (2.4) pour j=0

$$\hat{a}_i \sum_{k=1}^{n} f_i(x_k, y_k) = 0, \quad i = 1, 2, \ldots, m$$

et il reste :

$$\sum_{k=1}^{n} z'_k - n \hat{a}_0 = 0$$

d'où

$$\hat{a}_0 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} z'_k \qquad (2.6)$$

pour j=1,2,...,m, toutes les sommes

$$\hat{a}_0 \sum_{k=1}^{n} f_j(x_k, y_k) = 0$$

./.

et (2.4) devient

$$\frac{\partial Q}{\partial \hat{a}_j} = \hat{a}_1 \sum_{k=1}^{n} f_1(x_k,y_k) f_j(x_k,y_k) + \cdots + \hat{a}_m \sum_{k=1}^{n} f_m(x_k,y_k) f_j(x_k,y_k)$$

$$- \sum_{k=1}^{n} z'_k f_j(x_k,y_k) = 0 \quad / \quad j = 1,2,\cdots,m \qquad (2.7)$$

On appelle (2.7) le système d'équation normale, et les $\hat{a}_j$, $j=0,1,2,\ldots,m$ sont les coefficients de régression.

Définissons les sommes des produits dans (2.7) par

$$\begin{aligned} (f_i, f_j) &= \sum_{k=1}^{n} f_i(x_k,y_k) f_j(x_k,y_k) \\ (z', f_j) &= \sum_{k=1}^{n} z'_k f_j(x_k,y_k) \end{aligned} \qquad (2.8)$$

et exprimons le système (2.7) en notation matricielle :

$$\begin{bmatrix} (f_1,f_1) & (f_1,f_2) \ldots (f_1,f_m) \\ (f_2,f_1) & (f_2,f_2) \ldots (f_2,f_m) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ (f_m,f_1) & (f_m,f_2) \ldots (f_m,f_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{a}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (z',f_1) \\ (z',f_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ (z',f_m) \end{bmatrix} \qquad (2.9)$$

Les valeurs moyennes des $f_j(x,y)$ étant zéro

$$cov(f_i, f_j) = E[f_i(x_k,y_k) f_j(x_k,y_k)] \qquad (2.10)$$

La valeur estimée de ces covariances est donnée par

$$\text{cov}\,(f_i,f_j) = \frac{(f_i,f_j)}{n} \qquad (2.11)$$

Les corrélations simples sont obtenues si les éléments i j de la matrice (2.9) sont normés par $\sqrt{(f_i,f_i)}\sqrt{(f_j,f_j)}$

$$r_{ij} = \frac{(f_i,f_j)}{\sqrt{(f_i,f_i)}\sqrt{(f_j,f_j)}} \qquad (2.12)$$

./.

Similairement, la corrélation entre la propriété géophysique et la fonction $f_i(x,y)$ est :

$$r_{iz} = \frac{\sum_{k=1}^{n} f_i(x_k, y_k)\{z'_k - \bar{z}'\}}{\sqrt{(f_i, f_i)}\sqrt{\sum_{k=1}^{n}(z'_k - \bar{z}')^2}} \qquad (2.13)$$

où $\overline{z'}$ est la moyenne estimée des mesures.

Plus r_{iz} est élevé, plus la fonction $f_i(x,y)$ peut être importante dans le modèle linéaire - voir modèle 2 -

En combinant (2.12) et (2.13) dans une matrice d'ordre (m+1), on obtient la matrice des corrélations simples

$$R = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & \cdots & r_{1z} \\ & 1 & r_{23} & \cdots & r_{2z} \\ & & 1 & \cdots & r_{3z} \\ & & & & \vdots \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \qquad (2.14)$$

où les r_{ij} sont aussi appelés corrélations d'ordre zéro. Comme $r_{ij} = r_{ji}$, (2.14) indique les éléments au dessus des éléments diagonaux seulement.

Les corrélations partielles - corrélations d'ordre supérieur - entre la propriété géophysique et les fonctions $f_i(x,y)$ sont définies par

$$r_{zi.\,i_1, i_2, \cdots i_j} = r_{iz.\,i_1, i_2, \cdots, i_j} = \frac{D^{iz}}{(D^{ii} D^{zz})^{1/2}} \qquad (2.15)$$

où (2.15) est l'expression de la corrélation partielle d'ordre j. Les indices i_1, i_2, ..., i_j correspondent aux fonctions dont les corrélations simples sont incluses dans le déterminant d'une matrice d'ordre j + 2. Les D^{ii}, D^{iz} et D^{zz} sont les cofacteurs correspondant aux éléments ii, iz, zz, de ce déterminant.

Les corrélations partielles sont importantes pour trouver un modèle linéaire d'optimum. - voir description des méthodes -

Si on appelle c_{ij} l'élément ij de la matrice inverse du système (2.9), les valeurs estimées s'expriment par :

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{a}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1m} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2m} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (z',f_1) \\ (z',f_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ (z',f_m) \end{bmatrix} \qquad (2.16)$$

Si dans la matrice du système (2.9)

$$(f_i,f_j) = 0, \quad i,j = 1,2,\ldots,m \quad i \neq j \qquad (2.17)$$

alors dans (2.16) tous les $c_{ij} = 0$, si $i \neq j$
et la solution devient très simple car :

$$\hat{a}_j = c_{jj}(z',f_j) = \frac{(z',f_j)}{(f_j,f_j)} \qquad (2.18)$$

Le système des fonctions $f_j(x,y)$, $j = 1,2,\ldots,m$ qui satisfait les conditions (2.17) constitue un système orthogonal par rapport aux points de mesures (x_k,y_k), $k = 1,2,\ldots,n$.

IMPLICATION DU CRITERE DE MOINDRE CARRE

Exprimons la solution des paramètres définie par (2.16)

$$\hat{a}_j = c_{j1}(z',f_1)+\ldots+c_{jm}(z',f_m), \quad j=1,2,\ldots,m \qquad (2.19)$$

L'expression (2.19) de $\hat{a}_j$ est appelée estimateur de moindres carrés. Cet estimateur possède des propriétés d'optimum suivantes (réf. 10, p. 348) :

1) L'estimateur (2.19) est non biaisé :

$$E[\hat{a}_j] = a_j \,, \quad j = 0, 1, 2, \cdots, m \tag{2.20}$$

qui implique

$$E[z'_k] = E[\hat{z}_k + \varepsilon_k] = E[\hat{a}_0 + a_1 f_1(x_k, y_k) + \cdots + \hat{a}_m f_m(x_k, y_k) + \varepsilon_k]$$

$$= E[\hat{a}_0] + E[\hat{a}_1] f_1(x_k, y_k) + \cdots + E[\hat{a}_m] f_m(x_k, y_k) + E[\varepsilon_k]$$

$$= a_0 + a_1 f_1(x_k, y_k) + \cdots + a_m f_m(x_k, y_k) + E[\varepsilon_k]$$

comme par hypothèse $E[\varepsilon_k] = 0 \,, \quad k = 1, 2, \cdots, n$

$$E[z'_k] = Z_k = H(x_k, y_k) \tag{2.21}$$

qui exprime le fait que la valeur moyenne - également la valeur la plus probable selon l'hypothèse de la normalité - de la propriété géophysique dans un point (x_k, y_k) de la région est celle qui est définie par le modèle (2.1) qui est non biaisé.

2) Toute information concernant les paramètres a_j du modèle et incluse dans les n mesures est aussi incluse dans l'estimateur. Pour cette raison, $\hat{a}_j$ défini par (2.19) est une statistique suffisante.

3) En augmentant le nombre des mesures, $\hat{a}_j$ tend vers a_j : l'estimateur (2.19) est consistant. En tenant compte de l'implication de propriété 1, on voit que $\hat{z}_j$ aussi tend vers z_j : convergence en moyenne.

4) Entre tous les estimateurs non biaisés de a_j, l'estimateur (2.19) a un minimum de variance.

Cette variance est donnée par :

$$VAR(\hat{a}_j) = \sigma^2 C_{jj}$$

$$cov(\hat{a}_i, \hat{a}_j) = \sigma^2 C_{ij} \,, \quad i \neq j \,, \quad i, j = 1, 2, \cdots, m \tag{2.22}$$

./.

où σ^2 est la variance d'erreur dans le modèle (2.1), et les c_{ij} sont les éléments ij de la matrice inverse du système (2.9).

5) La constante $\hat{a}_0$ est indépendante de tous les autres paramètres $\hat{a}_j$. Ceci implique que :

$$cov(\hat{a}_0, \hat{a}_j) = E[(\hat{a}_0 - E[\hat{a}_0])(\hat{a}_j - E[\hat{a}_j])]$$
$$= E[(\hat{a}_0 - a_0)(\hat{a}_j - a_j)] = 0, \quad j = 1, 2, \ldots, m. \qquad (2.23)$$

JUGEMENT OBJECTIF POUR LA VALIDITE D'UN MODELE LINEAIRE SUPPOSE

A l'aide des tests de signification statistique il est possible de juger si le modèle linéaire supposé peut correspondre à la réalité ou non.

Pour voir ceci partons de l'identité

$$(z'_k - z_k) = (z'_k - \hat{z}_k) + (\hat{z}_k - z_k) \qquad (2.24)$$

qui dit qu'au point (x_k, y_k) de la région d'étude, la différence entre la propriété géophysique z'_k mesurée et la vraie valeur z_k de cette propriété est la somme des deux différences.

La première, $(z'_k - \hat{z}_k)$, est appelée résidu.

Pour voir la deuxième, substituons dans (2.24) l'expression (2.2) pour $\hat{z}_k$ et (2.1) pour z_k.

$$(z'_k - z_k) + (z'_k - \hat{z}_k) + (\hat{a}_0 - a_0) + (\hat{a}_1 - a_1) f_1(x_k, y_k) + \ldots + (\hat{a}_m - a_m) f_m(x_k, y_k)$$

Sous l'hypothèse : tous les paramètres a_j du modèle linéaire (2.1) sont nuls,

z_k est aussi nul, et nous avons :

$$(z'_k - 0) = (z'_k - \hat{z}_k) + \hat{a}_0 + \hat{a}_1 f_1(x_k, y_k) + \ldots + \hat{a}_m f_m(x_k, y_k)$$

Nous avons vu plus haut - voir (2.6) - que

$$\hat{a}_0 = \bar{z'} = \frac{1}{n} \sum_{k}^{n} z'_k$$

en substituant ceci dans la dernière expression

$$(z'_k - \bar{z}') = (z'_k - \hat{z}_k) + \hat{a}_1 f_1(x_k, y_k) + \ldots + \hat{a}_m f_m(x_k, y_k)$$

qui ne contient plus de paramètre inconnu.

La somme des carrés de cette expression est :

$$\sum_{k=1}^{n} (z'_k - \bar{z}')^2 = \sum_{k=1}^{n} \{ (z'_k - \hat{z}_k) + [\hat{a}_1 f_1(x_k, y_k) + \ldots + \hat{a}_m f_m(x_k, y_k)] \}^2$$

comme la somme des produits $\sum_{k=1}^{n} (z'_k - \hat{z}_k) f_j(x_k, y_k)$

correspondent aux expressions des dérivées partielles qui doivent s'annuler - voir (2.4) -

les sommes des carrés deviennent

$$\sum_{k=1}^{n} (z'_k - \bar{z}')^2 = \sum_{k=1}^{n} (z'_k - \hat{z}_k)^2 + \sum_{k=1}^{n} \{ \sum_{j=1}^{m} \hat{a}_j f_j(x_k, y_k) \}^2 \qquad (2.25)$$

On peut démontrer (réf. 2, p. 428) que les deux sommes des carrés de droite sont statistiquement indépendantes, et par conséquent les sommes des carrés moyennes s'obtiennent en divisant chaque terme de (2.25) par le degré de liberté correspondant - le degré de liberté est le nombre de mesures moins le nombre des paramètres estimés -.

Le quotient des deux sommes des carrés moyennes

$$\hat{F}(m, n-m-1) = \frac{\frac{1}{m} \sum_{k=1}^{n} \{ \sum_{j=1}^{m} \hat{a}_j f_j(x_k, y_k) \}^2}{\frac{1}{n-m-1} \sum_{k=1}^{n} (z'_k - \hat{z}_k)^2} \qquad (2.26)$$

est distribué suivant F(m,n-m-1).

De (2.26), il est clair que plus le dénominateur est petit, moins les valeurs mesurées s'écartent de leur valeur prédites par le modèle.

$\hat{F}(m,n-m-1)$ est donc une mesure de la fidélité du modèle.

Le jugement probabilistique concernant le modèle linéaire est fait sur un niveau de confiance P_α.

En effet, plus la probabilité de l'inégalité

$$P\{F(m,n-m-1) \leq \hat{F}(m,n-m-1)\} = P_\alpha$$

est élevée, plus la probabilité $(1-P_\alpha)$ de l'éventualité complémentaire

$$P\{F(m,n-m-1) > \hat{F}(m,n-m-1)\} = 1-P_\alpha$$

est petite.

Par exemple, si l'inégalité

$$F(m,n-m-1) \leq \hat{F}(m,n-m-1)$$

est satisfaite pour $P_\alpha = 0.95$, alors le risque couru en acceptant le modèle est (1-0.95), soit 5% seulement.

Accepter le modèle sur le niveau de risque $(1-P_\alpha)$, revient à rejeter l'hypothèse - sur le même niveau de risque - que les paramètres a_j, $j = 0,1,2,\ldots,m$ sont identiquement nuls.

Une fois le modèle accepté, tout ce qu'on sait c'est que les paramètres a_j ne sont pas tous nuls. Pour tester les paramètres particuliers, la statistique t est appropriée.

La quantité

$$\frac{\hat{a}_j - a_j}{\sqrt{VAR(\hat{a}_j)}} \sim t(n-m-1) \qquad (2.27)$$

est distribuée suivant la statistique t

avec (n-m-1) degrés de liberté.

Les variances, $var(\hat{a}_j)$ sont définies par (2.22) pour $j=1,2,\ldots,m$.

Pour $j = 0$, l'application de la formule (1.20) - où les b_i sont remplacés par 1/n - produit :

$$VAR(\hat{a}_0) = VAR\left(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} z'_k\right) = \frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n} VAR(z'_k) = \frac{n\sigma^2}{n^2} = \frac{\sigma^2}{n} \qquad (2.28)$$

où la valeur estimée de σ^2 est définie par le dénominateur du

./.

quotient (2.26)

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-m-1} \sum_{k=1}^{n} (z'_k - \hat{z}_k)^2 \qquad (2.29)$$

Si l'inégalité

$$\frac{\hat{a}_j - a_j}{\sqrt{VAR(\hat{a}_j)}} \geq t_{P_\alpha}(n-m-1), \quad j = 0, 1, 2, \cdots, m$$

est satisfaite pour une probabilité P_α , alors l'hypothèse d'un paramètre particulier $a_j = 0$ est rejetée sur le niveau de risque $(1 - P_\alpha)$.

INTERVALLE DE CONFIANCE POUR LES PARAMETRES D'UN MODELE LINEAIRE

Supposons que l'hypothèse $a_j=0$ est rejetée. Cherchons l'intervalle de confiance P_α pour a_j.

La procédure est similaire à celle qu'on a vu plus haut - voir chapitre I - : l'intervalle de confiance pour la moyenne des erreurs de mesures.

La variable standardisée u - définie par (1.7) - est remplacée ici par :

$$t(n-m-1) = \frac{(\hat{a}_j - a_j)}{\sqrt{VAR(\hat{a}_j)}}$$

A l'entrée de table t avec probabilité $P = (P_\alpha + 1)/2$ et degré de liberté (n-m-1) on retrouve la valeur de t_α pour l'intervalle de confiance P_α :

$$P\left\{ \hat{a}_j - t_\alpha \sqrt{VAR(\hat{a}_j)} \leq a_j \leq \hat{a}_j + t_\alpha \sqrt{VAR(\hat{a}_j)} \right\} = P_\alpha \qquad (2.30)$$

Par exemple si $P_\alpha = 0.95$, n = 51 et m = 10, à l'entrée de table t avec degré de liberté (51-10-1) = 40 et probabilité $P = (P_\alpha + 1)/2 =$ (0.95+1)/2 = 0.975 on retrouve la valeur de 2.021 pour t_α .

./.

INTERVALLE DE CONFIANCE POUR LA VALEUR D'UNE PROPRIETE GEOPHYSIQUE DANS UN POINT

La quantité

$$\frac{\hat{Z}_k - Z_k}{\sqrt{VAR(\hat{Z}_k)}} \sim t(n-m-1) \qquad (2.31)$$

est distribuée suivant la loi t avec (n-m-1) degré de liberté.

Comme précédemment, l'expression

$$P\left\{\hat{Z}_k - t_\alpha \sqrt{VAR(\hat{Z}_k)} \leq Z_k \leq t_\alpha \sqrt{VAR(\hat{Z}_k)} + \hat{Z}_k\right\} = P_\alpha \qquad (2.32)$$

définit l'intervalle de confiance P_α pour la valeur d'une propriété géophysique au point (x_k, y_k).

t_α étant connu, calculons $var(\hat{z}_k)$.

$\hat{z}_k$ est défini par (2.2)

$$\hat{Z}_k = \hat{a}_o + \sum_{j=1}^{m} \hat{a}_j f_j(x_k, y_k)$$

où $\hat{a}_o$ est indépendant de tous les $\hat{a}_j$, j=1,2,...,m - voir les propriétés de l'estimateur de moindres carrés -.

$$VAR(\hat{Z}_k) = VAR(\hat{a}_o) + VAR\left(\sum_{j=1}^{m} \hat{a}_j f_j(x_k, y_k)\right)$$

Comme les variables aléatoires $\hat{a}_j$ ne sont pas indépendantes statistiquement - voir chapitre I : espérance mathématique et la discussion sur la variance de l'expression linéaire (1.18) -

$$VAR(\hat{Z}_k) = VAR(\hat{a}_o) + \sum_{j=1}^{m} f_j^2(x_k, y_k)\, VAR(\hat{a}_j) + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} f_i(x_k, y_k) f_j(x_k, y_k) cov(\hat{a}_i, \hat{a}_j)^*$$

En substituant (2.28) pour $var(\hat{a}_0)$ et (2.22) pour les $var(\hat{a}_j)$ et $cov(\hat{a}_i, \hat{a}_j)$, la dernière expression devient :

$$VAR(\hat{Z}_k) = \sigma^2\left[\frac{1}{n} + \sum_{j=1}^{m} f_j^2(x_k, y_k) c_{jj} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{m}\sum_{j=1}^{m} f_i(x_k, y_k) f_j(x_k, y_k) c_{ij}\right] \qquad (2.33)$$

où les c_{ij} sont les éléments ij de la matrice inverse du système (2.9)

* $i \neq j$

III

DESCRIPTION DES MODELES

Les méthodes d'approximation utilisées dans cette étude peuvent être classifiées par rapport aux critères suivants :

A) Nature des fonctions auxiliaires $f_i(x,y)$

B) Orthogonalité des fonctions auxiliaires

C) Méthode de choix du modèle d'optimum

La table 3.1 donne la classification des modèles utilisés par rapport aux critères A,B,C.

Modèle	Fonction auxiliaire	Orthogonalité	Méthode du choix	Programme
1	monômes	non	Enumération des combinaisons	CSENKE
2	monômes	non	Algorithme d'Efroymson	FERKO
3	polynômes	oui	Enumération successive	E204(CERN)
4	fonction trigonométrique	non	Algorithme d'Efroymson	FERKO
5	monômes	non	Polynômes locaux de degré fixe	INTER

Le critère de classification B est défini dans le chapitre II - voir l'expression (2.17) - les critères A et C seront introduits dans l'ordre d'implication sur les modèles 1,2,...,5.

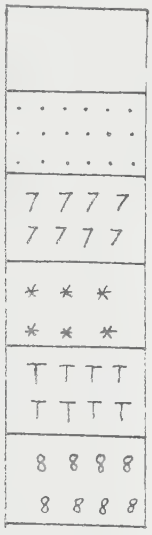
Chaque modèle contenu dans la table 3.1 est brièvement discuté sur la base théorique. Les 140 données soumises par le Professeur E. Poldini dans son expérience, pour le tracé subjectif des cartes isométriques, sont utilisées pour illustrer les sorties des programmes correspondant aux différents modèles. Ces sorties sont incluses dans les tables 3.4, 3.5, 3.8 et 3.9. Les modèles sont testés pour d'autres conditions et données que celles produisant les tables. Les résultats de ces expériences sont reproduits par les tables définies par un 3e indice.
Les coordonnées X et Y correspondent aux directions E - O et S - N respectivement. La région d'étude est définie par les intervalles $(1 \leq X \leq 23)$ et $(1 \leq Y \leq 20)$.
Pour pouvoir objectivement comparer les performances des différents modèles, l'indice approximatif suivant est utilisé :

$$U = \frac{1}{517} \sum_{k=1}^{517} \left\{ \left[\hat{H}(x_k, y_k) - Z_k \right] - \frac{1}{517} \sum_{i=1}^{517} \left[\hat{H}(x_i, y_i) - Z_i \right] \right\}^2$$

où les Z_k sont les valeurs approximativement exactes des altitudes aux points (x_k, y_k) de la carte "Solution réelle" qui est incluse dans l'appendice. $\hat{H}(x_k, y_k)$ est la valeur estimée de l'altitude au point (x_k, y_k) par un modèle linéaire.
Les 517 valeurs de Z ne sont pas utilisées pour l'estimation des paramètres de $H(x_k, y_k)$.
U est une expression de la variance, et incluse dans l'intervalle $0 \leq U < \infty$, où la limite inférieure de l'intervalle est atteinte, si $\hat{H}(x_k, y_k)$ et Z représentent les surfaces parallèles ou égales.
Les cartes isométriques sont tracées à l'aide de 11664 altitudes estimées aux points d'intersection d'une maille de 108 x 108. Les intervalles équidistants de la maille en x et y sont 22/107 et 19/107 respectivement. A chaque point d'intersection de la maille, la valeur de l'altitude estimée est classifiée dans un des 6 intervalles d'altitude.

./.

Les intervalles d'altitude sont représentés par les signes numériques ou non-numériques suivants :



$\hat{Z} \leq 200$

$200 < \hat{Z} \leq 225$

$225 < \hat{Z} \leq 250$

$250 < \hat{Z} \leq 275$

$275 < \hat{Z} \leq 300$

$300 < \hat{Z}$

La carte est imprimée ligne par ligne.

MODELE 1

Un choix classique du modèle est basé sur le théorème suivant (réf. 14, p. 267).

THEOREME DE WEIERSTRASS

Toute fonction g(x) continue dans un intervalle $c \leq x \leq d$, peut être uniformément approximée dans l'intervalle (c,d) par un polynôme $P_t(x)$ de degré t, de manière à ce que la différence

$$\left| P_t(x) - g(x) \right| < \epsilon$$

soit arbitrairement petite.

Appliquons ce théorème en deux dimensions pour définir le modèle linéaire (2.1)

$$H(x,y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy + \ldots + a_{m-1} xy^{t-1} + a_m y^t \qquad (3.1)$$

où les termes

$$a_j f_j(x,y) = a_j x^{\alpha} y^{\beta} \qquad (3.2)$$

sont les monômes de degré $(\alpha + \beta) \leq t$ en x et y.

Dans la pratique il est difficile de déterminer la valeur de t. Pour une valeur approximative $\hat{t}$, un test de F peut être fait pour juger la validité du modèle.

Généralement, plus le degré t est élevé, plus la somme des carrés du résidu diminue, et dans le cas extrême où le nombre des termes inclus dans le modèle linéaire égale le nombre des mesures, les valeurs prédites et mesurées se coïncident.

F par contre ne varie pas toujours suivant ce principe, car cette statistique dépend du nombre de monômes inclus dans le modèle - degré de liberté du numérateur -. Pour un degré de liberté du dénominateur constant, F diminue avec le nombre de monômes si la contribution des monômes dans la réduction de la somme des carrés des erreurs n'est pas significative.

./.

La diminution de la signification de l'approximation peut se manifester dans le cas où la propriété géophysique se traduit par une surface spéciale dans la région d'étude - par exemple, elle est symétrique par rapport à un point ou à une direction - qui peut impliquer l'absence des termes spécifiques dans un polynôme complet de degré t. Comme les paramètres ne sont pas en général indépendants, l'inclusion des termes supplémentaires peut augmenter l'erreur d'approximation.

D'après DAVIES (réf. 3, p. 235), pour trouver le meilleur modèle, toute combinaison des monômes d'un polynôme complet de degré suffisamment élevé devrait être essayée.

Le nombre de termes m(t) inclus dans un polynôme complet de degré t est :

$$\frac{(t+1)(t+2)}{2}$$

Quelques paires de valeurs de t et m(t) sont données par la table (3.2) :

TABLE 3.2

t	1	2	3	4	5
m(t)	3	6	10	15	21

où m(t) est le nombre des monômes $(x^{\alpha}y^{\beta})$ plus un.

Le nombre de combinaisons de (m(t) - 1) monômes en prenant k à la fois est donné par :

$$\frac{(m(t) - 1)!}{K!(m(t) - k - 1)!}$$

Ces nombres sont illustrés par la table (3.3).

TABLE 3.3

t	k \ m(t)-1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	Total
1	2	1													1
2	5	10	10	5	1										26
3	9	35	84	126	126	84	36	9	1						502
4	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2001	1001	364	91	14	1	16383

Un programme a été écrit par l'auteur, qui énumère toutes les combinaisons dans l'ordre normal des indices des monômes.

Les monômes successifs $(x^{\alpha}y^{\beta})$ sont ordonnés par rapport à la valeur croissante de $(\alpha+\beta)$, et pour chauqe valeur de $(\alpha+\beta)$ dans l'ordre décroissant de α.

Pour chaque combinaison les quantités suivantes sont calculées et imprimées :

1. Somme des carrés due à une régression
2. Somme des carrés résiduelle
3. Les moyennes des deux sommes des carrés
4. Degré de liberté
5. Quotient de F.

Le programme est fait de manière à ce que la machine conserve dans sa mémoire tous les indices d'une combinaison. La combinaison conservée est celle qui produit la meilleure valeur de F.

Les coefficients de régression sont ensuite estimés par rapport à la combinaison choisie, et sont imprimés.

Une table de résidu contenant les quantités suivantes est aussi imprimée :

a) numéros de mesure

b) coordonnées géographiques x et y définissant les points de

mesure.

c) valeurs de la propriété géophysique mesurée aux points (x,y)

d) valeurs de la propriété géophysique estimée aux points (x,y)

e) résidus aux points (x,y).

Il est évident que l'énumération de toutes les combinaisons des monômes n'est pas nécessaire. Les combinaisons contenant les termes homogènes en x ou en y seulement sont à priori exclues. Le programme est fait cependant de manière à ce que l'approximation d'un profil suivant une direction quelconque ($y=a_0+a_1x$), soit également possible. Ceci est réalisable grâce à une option incluse dans le programme qui permet de définir les monômes à l'aide des cartes des données.

Cette option est également applicable dans les cas où la surface représentant la propriété géophysique varie rapidement d'un endroit à un autre dans la région d'étude. Le polynôme complet de degré suffisamment élevé peut contenir trop de termes pour que l'énumération de toutes les combinaisons soit possible. La définition d'un nombre plus petit de monômes de degré élevé peut produire une approximation suffisante.

La table 3.4 contient la solution du problème du professeur Poldini. Les combinaisons ont été énumérées à partir de k=3, qui correspond à 446 inversions matricielles. La meilleure valeur de F correspond à la 16e combinaison, qui inclut les monômes 1, 4 et 7. Les paramètres estimés du modèle linéaire correspondent à cette combinaison.

Comme $57.242 > F_{0.99}(3,136) < 5.42$, l'hypothèse que les paramètres trouvés sont nuls est rejetée sur le niveau de P = 0.001.

Le modèle linéaire d'optimum est

$$H^3(x,y) = 241.311 - 2.22703\ X - 0.405942\ XY + 0.0324247\ X^2Y$$

qui produit un indice de fidélité U = 667.21.

Le calcul a pris 9min.24sec.

Expérience

Deux expériences ont été faites. Dans la première 196, dans la deuxième 255 points ont été utilisés. Ces données sont incluses dans les tables 7 et 8 de l'appendice I.

Les modèles linéaires d'optimum trouvés sont les suivants :

Expérience 1.1

$$H_1^3(x,y) = 248.05461 - 2.708763\ X - 0.427200\ XY + 0.032496\ X^2Y$$

Expérience 1.2

$$H_2^3(x,y) = 248.88946 - 2.805996\ X - 0.418688\ XY + 0.032203\ X^2Y$$

La table 3.4.1 reproduit d'autres résultats

Table 3.4.1

Expérience	Nombre de points utilisés	Valeur de F	Indice de fidélité	Temps de calcul
1	196	59.273	600.41	10min16sec
2	255	72.417	599.49	11min50sec

Beaucoup de combinaisons dans les expériences 1 et 2 ont produit des matrices singulières. En cas de mesures équidistantes, ce phénomène est bien connu et discuté en détail dans la référence 1.

TABLE 3,4

LES VALEURS MOYENNES

2,3e1e7+0021,18943+0019,66571+0001,98003+0021,20489+0021,19986+0023,39781+0031,98141+0031,53872+0031,66624+003

LA MATRICE DES COVARIANCES

6,79400+0037,39749+0021,59362+0057,67598+0041,56210+0043,39153+0061,76786+0061,03909+0062,96095+0051,10319+004
7,39749+0023,66417+0031,97539+0045,20387+0047,05734+0044,59869+0059,14582+0059,84214+0051,19860+0066,78691+003
1,59362+0051,97539+0043,99614+0061,86227+0064,09711+0058,87510+0074,53199+0072,55265+0077,68309+0063,64211+005
7,67598+0045,20387+0041,86227+0061,56892+0061,04676+0064,07105+0073,30339+0072,60500+0071,85446+0072,63274+005
1,56210+0047,05734+0044,09711+0051,04676+0061,44251+0069,38058+0061,87220+0072,08039+0072,55081+0071,54472+005
3,39153+0064,59869+0058,87510+0074,07105+0079,38058+0062,02934+0091,02471+0095,62354+0081,74052+0089,22031+006
1,76786+0069,14582+0054,53199+0073,30339+0071,87220+0071,02471+0097,44677+0085,39836+0083,37174+0086,79901+006
1,03909+0069,84214+0052,55265+0072,60500+0072,08039+0075,62354+0085,39836+0084,67912+0083,79995+0084,63105+006
2,96095+0051,19860+0067,68309+0061,85446+0072,55081+0071,74052+0083,37174+0083,79995+0084,64499+0082,91986+006

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
1	3	136	8,6683+004 1 2 3	9,2826+004	2,2228+004	6,8254+002	3,2566+001
2	3	136	5,8020+004 1 2 4	1,0348+005	1,9675+004	7,6090+002	2,4544+001
3	3	136	3,2326+004 1 2 5	1,2718+005	1,0775+004	9,3516+002	1,1523+001
4	3	136	6,4820+004 1 2 6	9,4689+004	2,1607+004	6,9624+002	3,1033+001
5	3	136	8,3073+004 1 2 7	7,6436+004	2,7691+004	5,6203+002	4,9270+001
6	3	136	5,2485+004 1 2 8	1,0702+005	1,7495+004	7,8694+002	2,2232+001
7	3	136	3,1979+004 1 2 9	1,2753+005	1,0660+004	9,3772+002	1,1368+001
8	3	136	7,9414+004 1 3 4	8,0094+004	2,6471+004	5,8893+002	4,4948+001
9	3	136	6,9601+004 1 3 5	8,9908+004	2,3200+004	6,6108+002	3,5094+001
10	3	136	6,0815+004 1 3 6	9,8694+004	2,0272+004	7,2569+002	2,7934+001
11	3	136	8,5227+004 1 3 7	7,4281+004	2,8409+004	5,4619+002	5,2014+001
12	3	136	8,0839+004 1 3 8	7,8670+004	2,6946+004	5,7846+002	4,6583+001
13	3	136	7,0895+004 1 3 9	8,8613+004	2,3632+004	6,5157+002	3,6269+001
14	3	136	5,0911+004 1 4 5	1,0860+005	1,6970+004	7,9851+002	2,1252+001
15	3	136	7,7305+004 1 4 6	8,2203+004	2,5768+004	6,0444+002	4,2632+001
16	3	136	8,9013+004 1 4 7	7,0495+004	2,9671+004	5,1835+002	5,7242+001
17	3	136	4,6095+004 1 4 8	1,1341+005	1,5365+004	8,3392+002	1,8425+001
18	3	136	4,7902+004 1 4 9	1,1161+005	1,5967+004	8,2063+002	1,9457+001
19	3	136	6,7819+004 1 5 6	9,1689+004	2,2606+004	6,7419+002	3,3531+001
20	3	136	8,0338+004 1 5 7	7,9171+004	2,6779+004	5,8214+002	4,6002+001
21	3	136	5,2904+004 1 5 8	1,0660+005	1,7635+004	7,8386+002	2,2497+001

INDEX DEGRADE	DL LIAISON NUMERATEUR	DL RESIDU DENOMINATEUR	SL DES CARRES (REGRESSION	SR DES CARRES (RESIDU)	CL DES CARRES MOYENNE(REG)	SR DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
22	3	136	3,1883+004 1 5 9	1,2783+005	1,0561+004	9,3989+002	1,1237+001
23	3	136	8,3662+004 1 6 7	7,5826+004	2,7894+004	5,5755+002	5,0030+001
24	3	136	7,8294+004 1 6 8	8,0614+004	2,6098+004	5,9279+002	4,4366+001
25	3	136	6,9108+004 1 6 9	9,0328+004	2,3036+004	6,6412+002	3,4727+001
26	3	136	8,3255+004 1 7 8	7,6254+004	2,7752+004	5,6069+002	4,9496+001
27	3	136	7,8317+004 1 7 9	8,1191+004	2,6106+004	5,9700+002	4,3728+001
28	3	136	5,2274+004 1 8 9	1,0723+005	1,7425+004	7,8849+002	2,2099+001
29	3	136	4,6236+004 2 3 4	1,1327+005	1,5412+004	8,3289+002	1,8504+001
30	3	136	4,5631+004 2 3 5	1,1388+005	1,5210+004	8,3733+002	1,8165+001
31	3	136	6,1178+004 2 3 6	9,8374+004	2,0393+004	7,2334+002	2,8172+001
32	3	136	7,0073+004 2 3 7	8,9436+004	2,3358+004	6,5762+002	3,5519+001
33	3	136	5,2569+004 2 3 8	1,0694+005	1,7523+004	7,8632+002	2,2285+001
34	3	136	4,5117+004 2 3 9	1,1439+005	1,5039+004	8,4112+002	1,7880+001
35	3	136	4,8845+004 2 4 5	1,1066+005	1,6282+004	8,1371+002	2,0009+001
36	3	136	5,0095+004 2 4 6	1,0941+005	1,6698+004	8,0451+002	2,0756+001
37	3	136	6,1294+004 2 4 7	7,7564+004	2,0431+004	5,7047+002	4,7870+001
38	3	136	5,1311+004 2 4 8	1,0820+005	1,7104+004	7,9557+002	2,1498+001
39	3	136	4,8358+004 2 4 9	1,1115+005	1,6119+004	8,1729+002	1,9723+001
40	3	136	5,3671+004 2 5 6	1,0584+005	1,7890+004	7,7822+002	2,2989+001
41	3	136	6,5068+004 2 5 7	9,4441+004	2,1689+004	6,9442+002	3,1234+001
42	3	136	5,1355+004 2 5 8	1,0815+005	1,7118+004	7,9525+002	2,1526+001

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
43	3	136	1,9387+004	1,4012+005	6,4623+003	1,0303+003	6,2722+000
			2 5 9				
44	3	136	6,4184+004	9,5404+004	2,1368+004	7,0150+002	3,0461+001
			2 6 7				
45	3	136	5,6534+004	1,0297+005	1,8845+004	7,5717+002	2,4888+001
			2 6 8				
46	3	136	5,3073+004	1,0644+005	1,7691+004	7,8261+002	2,2605+001
			2 6 9				
47	3	136	6,3316+004	9,6192+004	2,1105+004	7,0730+002	2,9840+001
			2 7 8				
48	3	136	6,4546+004	9,4962+004	2,1515+004	6,9825+002	3,0813+001
			2 7 9				
49	3	136	5,1492+004	1,0802+005	1,7164+004	7,9424+002	2,1611+001
			2 8 9				
50	3	136	4,5701+004	1,1381+005	1,5234+004	8,3682+002	1,8204+001
			3 4 5				
51	3	136	7,1554+004	8,7955+004	2,3851+004	6,4673+002	3,6880+001
			3 4 6				
52	3	136	8,6894+004	7,2614+004	2,8965+004	5,3393+002	5,4248+001
			3 4 7				
53	3	136	5,4744+004	1,0476+005	1,8248+004	7,7033+002	2,3689+001
			3 4 8				
54	3	136	4,6059+004	1,1345+005	1,5353+004	8,3419+002	1,8405+001
			3 4 9				
55	3	136	6,4166+004	9,5343+004	2,1389+004	7,0105+002	3,0509+001
			3 5 6				
56	3	136	6,7917+004	9,1591+004	2,2639+004	6,7347+002	3,3616+001
			3 5 7				
57	3	136	5,1929+004	1,0758+005	1,7310+004	7,9103+002	2,1882+001
			3 5 8				
58	3	136	4,4724+004	1,1478+005	1,4908+004	8,4400+002	1,7664+001
			3 5 9				
59	3	136	7,9098+004	8,0411+004	2,6366+004	5,9126+002	4,4593+001
			3 6 7				
60	3	136	7,4098+004	8,5411+004	2,4699+004	6,2802+002	3,9329+001
			3 6 8				
61	3	136	6,5569+004	9,3940+004	2,1856+004	6,9073+002	3,1642+001
			3 6 9				
62	3	136	7,4597+004	8,4911+004	2,4866+004	6,2435+002	3,9827+001
			3 7 8				
63	3	136	6,6595+004	9,2913+004	2,2198+004	6,8317+002	3,2493+001
			3 7 9				

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
64	3	136	5,1494+004 3 8 9	1,0801+005	1,7165+004	7,9422+002	2,1612+001
65	3	136	5,1249+004 4 5 6	1,0826+005	1,7083+004	7,9603+002	2,1460+001
66	3	136	8,4038+004 4 5 7	7,5470+004	2,8013+004	5,5493+002	5,0480+001
67	3	136	5,1280+004 4 5 8	1,0823+005	1,7093+004	7,9580+002	2,1479+001
68	3	136	4,7243+004 4 5 9	1,1227+005	1,5748+004	8,2548+002	1,9077+001
69	3	136	8,5175+004 4 6 7	7,4334+004	2,8392+004	5,4657+002	5,1945+001
70	3	136	6,3156+004 4 6 8	9,6352+004	2,1052+004	7,0847+002	2,9715+001
71	3	136	5,2174+004 4 6 9	1,0733+005	1,7391+004	7,8923+002	2,2036+001
72	3	136	8,3089+004 4 7 8	7,6420+004	2,7696+004	5,6191+002	4,9289+001
73	3	136	8,3558+004 4 7 9	7,5951+004	2,7853+004	5,5846+002	4,9874+001
74	3	136	5,1367+004 4 8 9	1,0814+005	1,7122+004	7,9516+002	2,1533+001
75	3	136	6,2852+004 5 6 7	9,6657+004	2,0951+004	7,1071+002	2,9478+001
76	3	136	5,5956+004 5 6 8	1,0355+005	1,8652+004	7,6142+002	2,4496+001
77	3	136	5,2608+004 5 6 9	1,0690+005	1,7536+004	7,8603+002	2,2310+001
78	3	136	6,3704+004 5 7 8	9,5804+004	2,1235+004	7,0444+002	3,0144+001
79	3	136	6,3618+004 5 7 9	9,5890+004	2,1206+004	7,0508+002	3,0076+001
80	3	136	5,0963+004 5 8 9	1,0855+005	1,6988+004	7,9813+002	2,1284+001
81	3	136	6,6848+004 6 7 8	9,2660+004	2,2283+004	6,8132+002	3,2705+001
82	3	136	6,2385+004 6 7 9	9,7123+004	2,0795+004	7,1414+002	2,9119+001
83	3	136	5,5765+004 6 8 9	1,0374+005	1,8588+004	7,6282+002	2,4368+001
84	3	136	6,5125+004 7 8 9	9,4383+004	2,1708+004	6,9400+002	3,1280+001

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
85	4	135	8,6736+004 1 2 3 4	7,2772+004	2,1684+004	5,3906+002	4,0226+001
86	4	135	7,2996+004 1 2 3 5	8,6513+004	1,8249+004	6,4083+002	2,8477+001
87	4	135	6,6828+004 1 2 3 6	9,2680+004	1,6707+004	6,8652+002	2,4336+001
88	4	135	8,9494+004 1 2 3 7	7,0014+004	2,2374+004	5,1863+002	4,3140+001
89	4	135	8,5927+004 1 2 3 8	7,3582+004	2,1482+004	5,4505+002	3,9412+001
90	4	135	7,2342+004 1 2 3 9	8,7166+004	1,8086+004	6,4568+002	2,8010+001
91	4	135	5,7057+004 1 2 4 5	1,0245+005	1,4264+004	7,5890+002	1,8796+001
92	4	135	8,4440+004 1 2 4 6	7,5069+004	2,1110+004	5,5607+002	3,7963+001
93	4	135	8,9027+004 1 2 4 7	7,0481+004	2,2257+004	5,2208+002	4,2631+001
94	4	135	5,6158+004 1 2 4 8	1,0335+005	1,4040+004	7,6556+002	1,8339+001
95	4	135	5,6702+004 1 2 4 9	1,0281+005	1,4175+004	7,6153+002	1,8614+001
96	4	135	7,1456+004 1 2 5 6	8,8053+004	1,7864+004	6,5224+002	2,7388+001
97	4	135	8,3539+004 1 2 5 7	7,5969+004	2,0885+004	5,6273+002	3,7113+001
98	4	135	5,3052+004 1 2 5 8	1,0646+005	1,3263+004	7,8856+002	1,6819+001
99	4	135	3,2395+004 1 2 5 9	1,2711+005	8,0988+003	9,4158+002	8,6013+000
100	4	135	8,8247+004 1 2 6 7	7,1261+004	2,2062+004	5,2786+002	4,1795+001
101	4	135	8,3969+004 1 2 6 8	7,5540+004	2,0992+004	5,5955+002	3,7516+001
102	4	135	7,0797+004 1 2 6 9	8,8712+004	1,7699+004	6,5713+002	2,6934+001
103	4	135	8,5837+004 1 2 7 8	7,3672+004	2,1459+004	5,4572+002	3,9323+001
104	4	135	8,3270+004 1 2 7 9	7,6238+004	2,0818+004	5,6473+002	3,6863+001
105	4	135	5,3502+004 1 2 8 9	1,0601+005	1,3375+004	7,8524+002	1,7034+001

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
106	4	135	8,2275+004 1 3 4 5	7,7233+004	2,0569+004	5,7210+002	3,5953+001
107	4	135	7,9800+004 1 3 4 6	7,9709+004	1,9950+004	5,9044+002	3,3788+001
108	4	135	8,9394+004 1 3 4 7	7,0115+004	2,2348+004	5,1937+002	4,3030+001
109	4	135	8,0859+004 1 3 4 8	7,8650+004	2,0215+004	5,8259+002	3,4698+001
110	4	135	8,0369+004 1 3 4 9	7,9139+004	2,0092+004	5,8622+002	3,4275+001
111	4	135	6,9721+004 1 3 5 6	8,9788+004	1,7430+004	6,6509+002	2,6207+001
112	4	135	8,7394+004 1 3 5 7	7,2115+004	2,1848+004	5,3418+002	4,0901+001
113	4	135	8,5255+004 1 3 5 8	7,4253+004	2,1314+004	5,5003+002	3,8750+001
114	4	135	7,1776+004 1 3 5 9	8,7732+004	1,7944+004	6,4987+002	2,7612+001
115	4	135	8,5975+004 1 3 6 7	7,3534+004	2,1494+004	5,4469+002	3,9460+001
116	4	135	8,1107+004 1 3 6 8	7,8401+004	2,0277+004	5,8075+002	3,4915+001
117	4	135	7,0991+004 1 3 6 9	8,8517+004	1,7748+004	6,5568+002	2,7068+001
118	4	135	8,6133+004 1 3 7 8	7,3375+004	2,1533+004	5,4352+002	3,9618+001
119	4	135	8,6370+004 1 3 7 9	7,3138+004	2,1593+004	5,4177+002	3,9856+001
120	4	135	8,4381+004 1 3 8 9	7,5128+004	2,1095+004	5,5650+002	3,7907+001
121	4	135	7,9951+004 1 4 5 6	7,9557+004	1,9988+004	5,8931+002	3,3917+001
122	4	135	8,9201+004 1 4 5 7	7,0307+004	2,2300+004	5,2079+002	4,2820+001
123	4	135	5,3540+004 1 4 5 8	1,0597+005	1,3385+004	7,8496+002	1,7052+001
124	4	135	5,4520+004 1 4 5 9	1,0499+005	1,3630+004	7,7770+002	1,7526+001
125	4	135	8,9068+004 1 4 6 7	7,0440+004	2,2267+004	5,2178+002	4,2675+001
126	4	135	7,8946+004 1 4 6 8	8,0563+004	1,9736+004	5,9676+002	3,3072+001

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
127	4	135	7,8110+004	8,1398+004	1,9528+004	6,0295+002	3,2387+001
			1 4 6 9				
128	4	135	8,9028+004	7,0480+004	2,2257+004	5,2208+002	4,2632+001
			1 4 7 8				
129	4	135	8,9291+004	7,0218+004	2,2323+004	5,2013+002	4,2917+001
			1 4 7 9				
130	4	135	5,2275+004	1,0723+005	1,3069+004	7,9432+002	1,6453+001
			1 4 8 9				
131	4	135	8,6042+004	7,3467+004	2,1510+004	5,4420+002	3,9527+001
			1 5 6 7				
132	4	135	8,3168+004	7,6341+004	2,0792+004	5,6549+002	3,6768+001
			1 5 6 8				
133	4	135	7,0197+004	8,9312+004	1,7549+004	6,6157+002	2,6527+001
			1 5 6 9				
134	4	135	8,3489+004	7,6020+004	2,0872+004	5,6311+002	3,7066+001
			1 5 7 8				
135	4	135	8,1652+004	7,7856+004	2,0413+004	5,7671+002	3,5395+001
			1 5 7 9				
136	4	135	5,2932+004	1,0658+005	1,3233+004	7,8945+002	1,6762+001
			1 5 8 9				
137	4	135	8,5019+004	7,4489+004	2,1255+004	5,5177+002	3,8521+001
			1 6 7 8				
138	4	135	8,4937+004	7,4572+004	2,1234+004	5,5238+002	3,8441+001
			1 6 7 9				
139	4	135	8,2216+004	7,7293+004	2,0554+004	5,7254+002	3,5900+001
			1 6 8 9				
140	4	135	8,3465+004	7,6043+004	2,0866+004	5,6328+002	3,7044+001
			1 7 8 9				
141	4	135	4,9309+004	1,1020+005	1,2327+004	8,1629+002	1,5102+001
			2 3 4 5				
142	4	135	7,6208+004	8,3300+004	1,9052+004	6,1704+002	3,0877+001
			2 3 4 6				
143	4	135	8,7433+004	7,2075+004	2,1858+004	5,3389+002	4,0941+001
			2 3 4 7				
144	4	135	5,5100+004	1,0441+005	1,3775+004	7,7340+002	1,7811+001
			2 3 4 8				
145	4	135	4,8792+004	1,1072+005	1,2198+004	8,2012+002	1,4873+001
			2 3 4 9				
146	4	135	6,7911+004	9,1598+004	1,6978+004	6,7850+002	2,5022+001
			2 3 5 6				
147	4	135	7,0749+004	8,8760+004	1,7687+004	6,5748+002	2,6901+001
			2 3 5 7				

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
148	4	135	5,2664+004 2 3 5 8	1,0684+005	1,3166+004	7,9144+002	1,6636+001
149	4	135	4,5891+004 2 3 5 9	1,1362+005	1,1473+004	8,4161+002	1,3632+001
150	4	135	8,3206+004 2 3 6 7	7,6302+004	2.0802+004	5,6520+002	3,6804+001
151	4	135	7,8333+004 2 3 6 8	8,1176+004	1,9583+004	6,0130+002	3,2568+001
152	4	135	6,7254+004 2 3 6 9	9,2255+004	1,6813+004	6,8337+002	2,4604+001
153	4	135	7,5592+004 2 3 7 8	8,3916+004	1,8898+004	6,2160+002	3,0402+001
154	4	135	7,0427+004 2 3 7 9	8,9082+004	1,7607+004	6,5987+002	2,6682+001
155	4	135	5,2576+004 2 3 8 9	1,0693+005	1,3144+004	7,9210+002	1,6594+001
156	4	135	5,4389+004 2 4 5 6	1,0512+005	1,3597+004	7,7866+002	1,7462+001
157	4	135	8,4255+004 2 4 5 7	7,5254+004	2,1064+004	5,5744+002	3,7787+001
158	4	135	5,1392+004 2 4 5 8	1,0812+005	1,2848+004	8,0087+002	1,6043+001
159	4	135	4,9513+004 2 4 5 9	1,1000+005	1,2378+004	8,1478+002	1,5192+001
160	4	135	8,6971+004 2 4 6 7	7,2538+004	2,1743+004	5,3732+002	4,0465+001
161	4	135	6,3178+004 2 4 6 8	9,6331+004	1,5794+004	7,1356+002	2,2135+001
162	4	135	5,3790+004 2 4 6 9	1,0572+005	1,3448+004	7,8310+002	1,7172+001
163	4	135	8,5049+004 2 4 7 8	7,4459+004	2,1262+004	5,5155+002	3,8550+001
164	4	135	8,3709+004 2 4 7 9	7,5799+004	2,0927+004	5,6147+002	3,7272+001
165	4	135	5,1697+004 2 4 8 9	1,0781+005	1,2924+004	7,9861+002	1,6183+001
166	4	135	6,5536+004 2 5 6 7	9,3973+004	1,6384+004	5,9610+002	2,3537+001
167	4	135	5,7207+004 2 5 6 8	1,0230+005	1,4302+004	7,5779+002	1,8873+001
168	4	135	5,4049+004 2 5 6 9	1,0546+005	1,3512+004	7,8119+002	1,7297+001

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
169	4	135	2 5 7 8 6,9930+004	8.9578+004	1.7483+004	6,6354+002	2,6347+001
170	4	135	2 5 7 9 6,6257+004	9.3252+004	1.6564+004	6,9075+002	2,3980+001
171	4	135	2 5 8 9 5,2830+004	1.0668+005	1,3207+004	7,9021+002	1,6714+001
172	4	135	2 6 7 8 6,7054+004	9.2454+004	1.6764+004	6,8485+002	2,4478+001
173	4	135	2 6 7 9 6,5076+004	9,4433+004	1,6269+004	6,9950+002	2,3258+001
174	4	135	2 6 8 9 5,6892+004	1,0262+005	1,4223+004	7,6012+002	1,8711+001
175	4	135	2 7 8 9 6,8835+004	9,0674+004	1,7209+004	6,7166+002	2,5621+001
176	4	135	3 4 5 6 7,2750+004	8,6759+004	1,8187+004	6,4266+002	2,8300+001
177	4	135	3 4 5 7 8,8137+004	7.1371+004	2,2034+004	5,2868+002	4,1678+001
178	4	135	3 4 5 8 5,5651+004	1.0386+005	1.3913+004	7,6932+002	1,8084+001
179	4	135	3 4 5 9 4,7870+004	1,1164+005	1,1967+004	8,2695+002	1,4472+001
180	4	135	3 4 6 7 8,7288+004	7,2221+004	2,1822+004	5,3497+002	4,0791+001
181	4	135	3 4 6 8 7,4620+004	8,4888+004	1,8655+004	6,2880+002	2,9668+001
182	4	135	3 4 6 9 7,1726+004	8,7783+004	1,7931+004	6,5024+002	2,7576+001
183	4	135	3 4 7 8 8,7001+004	7,2507+004	2,1750+004	5,3709+002	4,0497+001
184	4	135	3 4 7 9 8,8038+004	7,1471+004	2,2009+004	5,2941+002	4,1573+001
185	4	135	3 4 8 9 5,6626+004	1.0288+005	1.4157+004	7,6209+002	1,8576+001
186	4	135	3 5 6 7 8,1071+004	7,8438+004	2,0268+004	5,8102+002	3,4883+001
187	4	135	3 5 6 8 7,7316+004	8.2193+004	1,9329+004	6,0883+002	3,1748+001
188	4	135	3 5 6 9 6,6641+004	9,2868+004	1,6660+004	6,8791+002	2,4219+001
189	4	135	3 5 7 8 7,4730+004	8,4778+004	1,8683+004	6,2799+002	2,9750+001

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S, DES CARRES (REGRESSION	S, DES CARRES (RESIDU)	S, DES CARRES MOYENNE(REG)	S, DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
190	4	135	6,9097+004 3 5 7 9	9,0412+004	1,7274+004	6,6972+002	2,5793+001
191	4	135	5,2057+004 3 5 8 9	1,0745+005	1,3014+004	7,9593+002	1,6351+001
192	4	135	8,0786+004 3 6 7 8	7,8722+004	2,0197+004	5,8313+002	3,4635+001
193	4	135	8,0061+004 3 6 7 9	7,9447+004	2,0015+004	5,8850+002	3,4011+001
194	4	135	7,6388+004 3 6 8 9	8,3121+004	1,9097+004	6,1571+002	3,1016+001
195	4	135	7,6698+004 3 7 8 9	8,2810+004	1,9175+004	6,1341+002	3,1259+001
196	4	135	8,7811+004 4 5 6 7	7,1697+004	2,1953+004	5,3109+002	4,1335+001
197	4	135	6,3474+004 4 5 6 8	9,6035+004	1,5868+004	7,1137+002	2,2307+001
198	4	135	5,3136+004 4 5 6 9	1,0637+005	1,3284+004	7,8794+002	1,6859+001
199	4	135	8,5009+004 4 5 7 8	7,4499+004	2,1252+004	5,5185+002	3,8511+001
200	4	135	8,4039+004 4 5 7 9	7,5469+004	2,1010+004	5,5903+002	3,7582+001
201	4	135	5,1419+004 4 5 8 9	1,0809+005	1,2855+004	8,0067+002	1,6055+001
202	4	135	8,5615+004 4 6 7 8	7,3893+004	2,1404+004	5,4736+002	3,9104+001
203	4	135	8,7431+004 4 6 7 9	7,2078+004	2,1858+004	5,3391+002	4,0939+001
204	4	135	6,4306+004 4 6 8 9	9,5203+004	1,6076+004	7,0521+002	2,2797+001
205	4	135	8,4181+004 4 7 8 9	7,5328+004	2,1045+004	5,5798+002	3,7717+001
206	4	135	6,7585+004 5 6 7 8	9,1924+004	1,6896+004	6,8092+002	2,4814+001
207	4	135	6,4052+004 5 6 7 9	9,5457+004	1,6013+004	7,0709+002	2,2646+001
208	4	135	5,6352+004 5 6 8 9	1,0316+005	1,4088+004	7,6413+002	1,8437+001
209	4	135	6,7647+004 5 7 8 9	9,1862+004	1,6912+004	6,8046+002	2,4853+001
210	4	135	7,0612+004 6 7 8 9	8,8996+004	1,7628+004	6,5928+002	2,6740+001

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
211	5	134	8,8612+004 1 2 3 4 5	7,0896+004	1,7722+004	5,2908+002	3,3497+001
212	5	134	8,7388+004 1 2 3 4 6	7,2121+004	1,7478+004	5,3821+002	3,2473+001
213	5	134	8,9789+004 1 2 3 4 7	6,9719+004	1,7958+004	5,2029+002	3,4515+001
214	5	134	8,7308+004 1 2 3 4 8	7,2200+004	1,7462+004	5,3881+002	3,2408+001
215	5	134	8,8043+004 1 2 3 4 9	7,1466+004	1,7609+004	5,3333+002	3,3016+001
216	5	134	7,3042+004 1 2 3 5 6	8,6466+004	1,4608+004	6,4527+002	2,2639+001
217	5	134	9,0869+004 1 2 3 5 7	6,8640+004	1,8174+004	5,1224+002	3,5479+001
218	5	134	8,5942+004 1 2 3 5 8	7,3566+004	1,7188+004	5,4900+002	3,1308+001
219	5	134	7,3385+004 1 2 3 5 9	8,6123+004	1,4677+004	6,4271+002	2,2836+001
220	5	134	9,0592+004 1 2 3 6 7	6,8917+004	1,8118+004	5,1430+002	3,5229+001
221	5	134	8,6236+004 1 2 3 6 8	7,3273+004	1,7247+004	5,4681+002	3,1541+001
222	5	134	7,2392+004 1 2 3 6 9	8,7117+004	1,4478+004	6,5012+002	2,2270+001
223	5	134	8,9517+004 1 2 3 7 8	6,9992+004	1,7903+004	5,2283+002	3,4276+001
224	5	134	9,0381+004 1 2 3 7 9	6,9128+004	1,8076+004	5,1588+002	3,5040+001
225	5	134	8,6101+004 1 2 3 8 9	7,3407+004	1,7220+004	5,4782+002	3,1434+001
226	5	134	8,6506+004 1 2 4 5 6	7,3003+004	1,7301+004	5,4480+002	3,1757+001
227	5	134	9,0019+004 1 2 4 5 7	6,9489+004	1,8004+004	5,1858+002	3,4718+001
228	5	134	5,8333+004 1 2 4 5 8	1,0118+005	1,1667+004	7,5504+002	1,5451+001
229	5	134	5,8216+004 1 2 4 5 9	1,0129+005	1,1643+004	7,5591+002	1,5403+001
230	5	134	8,9175+004 1 2 4 6 7	7,0334+004	1,7835+004	5,2488+002	3,3979+001
231	5	134	8,5138+004 1 2 4 6 8	7,4371+004	1,7028+004	5,5500+002	3,0680+001

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
232	5	134	8,5915+004 1 2 4 6 9	7.3593+004	1,7183+004	5,4920+002	3,1287+001
233	5	134	8,9039+004 1 2 4 7 8	7,0470+004	1.7808+004	5,2589+002	3,3862+001
234	5	134	8,9625+004 1 2 4 7 9	6.9883+004	1,7925+004	5,2152+002	3.4371+001
235	5	134	5,7397+004 1 2 4 8 9	1,0211+005	1,1479+004	7,6202+002	1,5064+001
236	5	134	8,9616+004 1 2 5 6 7	6,9892+004	1,7923+004	5,2158+002	3,4363+001
237	5	134	8,3971+004 1 2 5 6 8	7,5538+004	1,6794+004	5,6371+002	2,9792+001
238	5	134	7,1820+004 1 2 5 6 9	8,7689+004	1,4364+004	6,5439+002	2,1950+001
239	5	134	9,2636+004 1 2 5 7 8	6,6872+004	1,8527+004	4,9905+002	3,7125+001
240	5	134	8,5472+004 1 2 5 7 9	7,4037+004	1,7094+004	5,5251+002	3,0939+001
241	5	134	5,4897+004 1 2 5 8 9	1,0461+005	1,0979+004	7,8068+002	1,4064+001
242	5	134	8,8250+004 1 2 6 7 8	7,1258+004	1,7650+004	5,3178+002	3,3191+001
243	5	134	8,9120+004 1 2 6 7 9	7,0380+004	1,7826+004	5,2522+002	3,3940+001
244	5	134	8,4082+004 1 2 6 8 9	7,5427+004	1,6816+004	5,6289+002	2,9875+001
245	5	134	9,1342+004 1 2 7 8 9	6,8166+004	1,8268+004	5,0870+002	3,5912+001
246	5	134	8,2923+004 1 3 4 5 6	7,6586+004	1,6585+004	5,7154+002	2,9018+001
247	5	134	8,9423+004 1 3 4 5 7	7,0085+004	1,7885+004	5,2302+002	3,4195+001
248	5	134	8,5301+004 1 3 4 5 8	7,4207+004	1,7060+004	5,5379+002	3,0806+001
249	5	134	8,5781+004 1 3 4 5 9	7,3727+004	1,7156+004	5,5020+002	3,1182+001
250	5	134	9,0816+004 1 3 4 6 7	6,8693+004	1,8163+004	5,1263+002	3,5431+001
251	5	134	8,1114+004 1 3 4 6 8	7,8394+004	1,6223+004	5,8503+002	2,7730+001
252	5	134	8,0920+004 1 3 4 6 9	7,8589+004	1,6184+004	5,8648+002	2,7595+001

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
253	5	134	8,9484+004	7,0024+004	1,7897+004	5,2257+002	3,4248+001
254	5	134	1 3 4 7 8 8,9523+004	6,9985+004	1,7905+004	5,2228+002	3,4282+001
255	5	134	1 3 4 7 9 8,4572+004	7,4937+004	1,6914+004	5,5923+002	3,0246+001
256	5	134	1 3 4 8 9 8,8502+004	7,1006+004	1,7700+004	5,2990+002	3,3404+001
257	5	134	1 3 5 6 7 8,5677+004	7,3831+004	1,7135+004	5,5098+002	3,1100+001
258	5	134	1 3 5 6 8 7,1836+004	8,7672+004	1,4367+004	6,5427+002	2,1959+001
259	5	134	1 3 5 6 9 8,7443+004	7,2066+004	1,7489+004	5,3781+002	3,2518+001
260	5	134	1 3 5 7 8 8,8977+004	7,0531+004	1,7795+004	5,2635+002	3,3809+001
261	5	134	1 3 5 7 9 8,5293+004	7,4216+004	1,7059+004	5,5385+002	3,0800+001
262	5	134	1 3 5 8 9 8,7335+004	7,2173+004	1,7467+004	5,3861+002	3,2430+001
263	5	134	1 3 6 7 8 8,7418+004	7,2091+004	1,7484+004	5,3799+002	3,2498+001
264	5	134	1 3 6 7 9 8,4869+004	7,4640+004	1,6974+004	5,5701+002	3,0475+001
265	5	134	1 3 6 8 9 8,6378+004	7,3130+004	1,7276+004	5,4575+002	3,1655+001
266	5	134	1 3 7 8 9 8,9204+004	7,0304+004	1,7841+004	5,2466+002	3,4005+001
267	5	134	1 4 5 6 7 8,3185+004	7,6324+004	1,6637+004	5,6958+002	2,9209+001
268	5	134	1 4 5 6 8 8,3653+004	7,5855+004	1,6731+004	5,6608+002	2,9555+001
269	5	134	1 4 5 6 9 8,9203+004	7,0306+004	1,7841+004	5,2467+002	3,4004+001
270	5	134	1 4 5 7 8 8,9325+004	7,0184+004	1,7865+004	5,2376+002	3,4109+001
271	5	134	1 4 5 7 9 5,4523+004	1,0499+005	1,0905+004	7,8347+002	1,3918+001
272	5	134	1 4 5 8 9 8,9110+004	7,0399+004	1,7822+004	5,2536+002	3,3923+001
273	5	134	1 4 6 7 8 8,9300+004	7,0209+004	1,7860+004	5,2394+002	3,4068+001
			1 4 6 7 9				

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
274	5	134	6,2*75+004	7,7834+004	1,6495+004	5,7488+002	2,8693+001
			1 4 6 8 9				
275	5	134	8,9353+004	7,0154+004	1,7871+004	5,2353+002	3,4135+001
			1 4 7 8 9				
276	5	134	8,6042+004	7,3466+004	1,7208+004	5,4826+002	3,1383+001
			1 5 6 7 8				
277	5	134	8,7691+004	7,1818+004	1,7538+004	5,3595+002	3,2723+001
			1 5 6 7 9				
278	5	134	8,3240+004	7,6268+004	1,6648+004	5,6917+002	2,9250+001
			1 5 6 8 9				
279	5	134	8,9217+004	7,0291+004	1,7843+004	5,2456+002	3,4016+001
			1 5 7 8 9				
280	5	134	8,5092+004	7,4416+004	1,7018+004	5,5534+002	3,0645+001
			1 6 7 8 9				
281	5	134	7,8975+004	8,0533+004	1,5795+004	6,0099+002	2,6282+001
			2 3 4 5 6				
282	5	134	8,8425+004	7,1084+004	1,7685+004	5,3048+002	3,3338+001
			2 3 4 5 7				
283	5	134	5,7096+004	1,0241+005	1,1419+004	7,6427+002	1,4941+001
			2 3 4 5 8				
284	5	134	4,9916+004	1,0959+005	9,9833+003	8,1787+002	1,2207+001
			2 3 4 5 9				
285	5	134	8,7476+004	7,2032+004	1,7495+004	5,3754+002	3,2546+001
			2 3 4 6 7				
286	5	134	7,8425+004	8,1083+004	1,5685+004	6,0510+002	2,5921+001
			2 3 4 6 8				
287	5	134	7,8317+004	8,1172+004	1,5667+004	6,0576+002	2,5864+001
			2 3 4 6 9				
288	5	134	8,7517+004	7,1991+004	1,7503+004	5,3723+002	3,2580+001
			2 3 4 7 8				
289	5	134	8,8038+004	7,1470+004	1,7608+004	5,3336+002	3,3013+001
			2 3 4 7 9				
290	5	134	5,8612+004	1,0090+005	1,1722+004	7,5296+002	1,5568+001
			2 3 4 8 9				
291	5	134	8,4778+004	7,4731+004	1,6956+004	5,5769+002	3,0403+001
			2 3 5 6 7				
292	5	134	7,8367+004	8,1142+004	1,5673+004	6,0553+002	2,5884+001
			2 3 5 6 8				
293	5	134	6,8257+004	9,1251+004	1,3651+004	6,8098+002	2,0047+001
			2 3 5 6 9				
294	5	134	8,8*7?+004	7,0?50+004	1,7?1?+004	5,2933+002	3,3460+001
			2 3 5 7 8				

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
295	5	134	7,2407+004 2 3 5 7 9	8,7102+004	1,4481+004	6,5001+002	2,2278+001
296	5	134	5,3917+004 2 3 5 8 9	1,0959+005	1,0783+004	7,8800+002	1,3684+001
297	5	134	8,3296+004 2 3 6 7 8	7,6212+004	1,6659+004	5,6875+002	2,9291+001
298	5	134	8,4265+004 2 3 6 7 9	7,5244+004	1,6853+004	5,6152+002	3,0013+001
299	5	134	7,8340+004 2 3 6 8 9	8,1168+004	1,5668+004	6,0573+002	2,5866+001
300	5	134	8,7017+004 2 3 7 8 9	7,2491+004	1,7403+004	5,4098+002	3,2170+001
301	5	134	8,7904+004 2 4 5 6 7	7,1604+004	1,7581+004	5,3436+002	3,2901+001
302	5	134	6,3497+004 2 4 5 6 8	9,4012+004	1,3099+004	7,0158+002	1,8671+001
303	5	134	5,4922+004 2 4 5 6 9	1,0459+005	1,0984+004	7,8049+002	1,4074+001
304	5	134	8,5084+004 2 4 5 7 8	7,4425+004	1,7017+004	5,5541+002	3,0638+001
305	5	134	8,5345+004 2 4 5 7 9	7,4163+004	1,7069+004	5,5346+002	3,0841+001
306	5	134	5,3041+004 2 4 5 8 9	1,0647+005	1,0608+004	7,9464+002	1,3351+001
307	5	134	8,7100+004 2 4 6 7 8	7,2409+004	1,7420+004	5,4066+002	3,2238+001
308	5	134	8,7532+004 2 4 6 7 9	7,1976+004	1,7506+004	5,3714+002	3,2592+001
309	5	134	6,7036+004 2 4 6 8 9	9,2472+004	1,3407+004	6,9009+002	1,9428+001
310	5	134	8,5082+004 2 4 7 8 9	7,4427+004	1,7016+004	5,5542+002	3,0637+001
311	5	134	8,2162+004 2 5 6 7 8	7,7347+004	1,6432+004	5,7721+002	2,8468+001
312	5	134	6,6656+004 2 5 6 7 9	9,2652+004	1,3371+004	6,9143+002	1,9339+001
313	5	134	5,8291+004 2 5 6 8 9	1,0122+005	1,1658+004	7,5535+002	1,5434+001
314	5	134	7,0540+004 2 5 7 8 9	8,9148+004	1,4072+004	6,6529+002	2,1152+001
315	5	134	8,0597+004 2 6 7 8 9	7,8912+004	1,6119+004	5,8889+002	2,7372+001

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
316	5	134	8,8142+004 3 4 5 6 7	7,1366+004	1,7628+004	5,3259+002	3,3100+001
317	5	134	7,7563+004 3 4 5 6 8	8,1965+004	1,5509+004	6,1168+002	2,5354+001
318	5	134	7,6391+004 3 4 5 6 9	8,3117+004	1,5278+004	6,2028+002	2,4631+001
319	5	134	8,8180+004 3 4 5 7 8	7,1329+004	1,7636+004	5,3230+002	3,3131+001
320	5	134	8,8138+004 3 4 5 7 9	7,1370+004	1,7628+004	5,3261+002	3,3096+001
321	5	134	5,9780+004 3 4 5 8 9	9,9808+004	1,1940+004	7,4484+002	1,6030+001
322	5	134	8,7429+004 3 4 6 7 8	7,2079+004	1,7486+004	5,3791+002	3,2507+001
323	5	134	8,8142+004 3 4 6 7 9	7,1407+004	1,7620+004	5,3289+002	3,3066+001
324	5	134	7,7599+004 3 4 6 8 9	8,2110+004	1,5480+004	6,1276+002	2,5262+001
325	5	134	8,8119+004 3 4 7 8 9	7.1193+004	1,7663+004	5,3120+002	3,3245+001
326	5	134	8,1224+004 3 5 6 7 8	7,8284+004	1,6245+004	5,8421+002	2,7806+001
327	5	134	8,2845+004 3 5 6 7 9	7,6664+004	1,6569+004	5,7212+002	2,8961+001
328	5	134	7,7499+004 3 5 6 8 9	8,2811+004	1,5500+004	6,1802+002	2,5325+001
329	5	134	8,4475+004 3 5 7 8 9	7,5835+004	1,6895+004	5,6095+002	3,0112+001
330	5	134	8,0892+004 3 6 7 8 9	7,8686+004	1,6154+004	5,8721+002	2,7527+001
331	5	134	8,7915+004 4 5 6 7 8	7.1594+004	1,7583+004	5,3428+002	3,2909+001
332	5	134	8,7843+004 4 5 6 7 9	7,1665+004	1,7569+004	5,3481+002	3,2850+001
333	5	134	6,8195+004 4 5 6 8 9	9,1313+004	1,3639+004	6,8144+002	2,0013+001
334	5	134	8,9864+004 4 5 7 8 9	7,3655+004	1,7171+004	5,4966+002	3,1239+001
335	5	134	8,7883+004 4 6 7 8 9	7,5626+004	1,7577+004	5,3452+002	3,2883+001
336	5	134	7,8019+004 5 6 7 8 9	8,1439+004	1,5614+004	6,0775+002	2,5691+001

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
337	6	133	8,9075+004	7,0433+004	1,4846+004	5,2957+002	2,8034+001
			1 2 3 4 5 6				
338	6	133	9,1091+004	6,8418+004	1.5182+004	5,1442+002	2,9513+001
			1 2 3 4 5 7				
339	6	133	8,9526+004	6,9983+004	1,4921+004	5,2619+002	2,8357+001
			1 2 3 4 5 8				
340	6	133	9,0167+004	6,9342+004	1,5028+004	5,2137+002	2,8824+001
			1 2 3 4 5 9				
341	6	133	9,1098+004	6,8411+004	1,5183+004	5,1437+002	2,9518+001
			1 2 3 4 6 7				
342	6	133	8,7838+004	7,1671+004	1,4640+004	5,3888+002	2,7167+001
			1 2 3 4 6 8				
343	6	133	8,8931+004	7,0978+004	1,4755+004	5,3367+002	2,7649+001
			1 2 3 4 6 9				
344	6	133	8,9904+004	6,9605+004	1,4984+004	5,2334+002	2,8631+001
			1 2 3 4 7 8				
345	6	133	9,0622+004	6,8886+004	1,5104+004	5,1794+002	2,9161+001
			1 2 3 4 7 9				
346	6	133	8,8397+004	7,1112+004	1,4733+004	5,3467+002	2,7555+001
			1 2 3 4 8 9				
347	6	133	9,1720+004	6,7789+004	1,5287+004	5,0969+002	2,9992+001
			1 2 3 5 6 7				
348	6	133	8,6271+004	7,3237+004	1,4379+004	5,5066+002	2,6112+001
			1 2 3 5 6 8				
349	6	133	7,3434+004	8,6075+004	1,2239+004	6,4718+002	1,8911+001
			1 2 3 5 6 9				
350	6	133	9,2827+004	6,6682+004	1,5471+004	5,0137+002	3,0858+001
			1 2 3 5 7 8				
351	6	133	9,2497+004	6,7011+004	1,5416+004	5,0384+002	3,0597+001
			1 2 3 5 7 9				
352	6	133	8,8128+004	7,1381+004	1,4688+004	5,3670+002	2,7367+001
			1 2 3 5 8 9				
353	6	133	9,0596+004	6,8913+004	1,5099+004	5,1814+002	2,9141+001
			1 2 3 6 7 8				
354	6	133	9,1274+004	6,8235+004	1,5212+004	5,1304+002	2,9651+001
			1 2 3 6 7 9				
355	6	133	8,6472+004	7,3037+004	1,4412+004	5,4915+002	2,6244+001
			1 2 3 6 8 9				
356	6	133	9,1682+004	6,7827+004	1,5280+004	5,0997+002	2,9963+001
			1 2 3 7 8 9				
357	6	133	9,1254+004	6,8254+004	1,5209+004	5,1316+002	2,9683+001
			1 2 4 5 6 7				

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
358	6	133	8,7337+004 1 2 4 5 6 8	7,2171+004	1,4556+004	5,4264+002	2,6825+001
359	6	133	8,7981+004 1 2 4 5 6 9	7,1528+004	1,4663+004	5,3780+002	2,7265+001
360	6	133	9,2710+004 1 2 4 5 7 8	6,6798+004	1,5452+004	5,0224+002	3,0766+001
361	6	133	9,1518+004 1 2 4 5 7 9	6,7910+004	1,5266+004	5,1060+002	2,9899+001
362	6	133	5,8903+004 1 2 4 6 8 9	1,0061+005	9,8172+003	7,5643+002	1,2978+001
363	6	133	8,9228+004 1 2 4 6 7 8	7,0280+004	1,4871+004	5,2842+002	2,8143+001
364	6	133	8,9912+004 1 2 4 6 7 9	6,9596+004	1,4985+004	5,2328+002	2,8637+001
365	6	133	8,6229+004 1 2 4 6 8 9	7,3280+004	1,4371+004	5,5097+002	2,6084+001
366	6	133	9,1344+004 1 2 4 7 8 9	6,8164+004	1,5224+004	5,1251+002	2,9705+001
367	6	133	8,7916+004 1 2 5 6 7 8	6,6872+004	1,5439+004	5,0280+002	3,0707+001
368	6	133	9,1234+004 1 2 5 6 7 9	6,8274+004	1,5206+004	5,1334+002	2,9621+001
369	6	133	8,6055+004 1 2 5 6 8 9	7,3453+004	1,4343+004	5,5228+002	2,5970+001
370	6	133	9,3306+004 1 2 5 7 8 9	6,6202+004	1,5551+004	4,9776+002	3,1242+001
371	6	133	9,1359+004 1 2 6 7 8 9	6,8150+004	1,5226+004	5,1240+002	2,9716+001
372	6	133	9,0843+004 1 3 4 5 6 7	6,8665+004	1,5141+004	5,1628+002	2,9326+001
373	6	133	8,5766+004 1 3 4 5 6 8	7,3743+004	1,4294+004	5,5446+002	2,5781+001
374	6	133	8,6272+004 1 3 4 5 6 9	7,3236+004	1,4379+004	5,5065+002	2,6112+001
375	6	133	8,9484+004 1 3 4 5 7 8	7,0024+004	1,4914+004	5,2650+002	2,8327+001
376	6	133	8,9814+004 1 3 4 5 7 9	6,9694+004	1,4969+004	5,2402+002	2,8566+001
377	6	133	8,9832+004 1 3 4 5 8 9	7,3677+004	1,4305+004	5,5396+002	2,5821+001
378	6	133	9,0822+004 1 3 4 6 7 8	6,8680+004	1,5130+004	5,1639+002	2,9316+001

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
379	6	133	9,0905+004 1 3 4 6 7 9	6,8603+004	1,5151+004	5,1581+002	2,9373+001
380	6	133	8,5080+004 1 3 4 6 8 9	7,4503+004	1,4168+004	5,6017+002	2,5292+001
381	6	133	8,9525+004 1 3 4 7 8 9	6,9983+004	1,4921+004	5,2619+002	2,8357+001
382	6	133	8,8508+004 1 3 5 6 7 8	7,1006+004	1,4750+004	5,3388+002	2,7629+001
383	6	133	8,9893+004 1 3 5 6 7 9	6,9616+004	1,4982+004	5,2343+002	2,8623+001
384	6	133	8,5694+004 1 3 5 6 8 9	7,3814+004	1,4282+004	5,5499+002	2,5734+001
385	6	133	8,9837+004 1 3 5 7 8 9	6,9672+004	1,4973+004	5,2385+002	2,8582+001
386	6	133	8,7499+004 1 3 6 7 8 9	7,2010+004	1,4583+004	5,4143+002	2,6935+001
387	6	133	8,9204+004 1 4 5 6 7 8	7,0304+004	1,4867+004	5,2860+002	2,8126+001
388	6	133	8,9383+004 1 4 5 6 7 9	7,0125+004	1,4897+004	5,2726+002	2,8254+001
389	6	133	8,3717+004 1 4 5 6 8 9	7,5792+004	1,3953+004	5,6986+002	2,4484+001
390	6	133	8,9774+004 1 4 5 7 8 9	6,9735+004	1,4962+004	5,2432+002	2,8536+001
391	6	133	8,9361+004 1 4 6 7 8 9	7,0148+004	1,4893+004	5,2743+002	2,8238+001
392	6	133	8,9328+004 1 5 6 7 8 9	7,0181+004	1,4888+004	5,2767+002	2,8214+001
393	6	133	8,8556+004 2 3 4 5 6 7	7,0952+004	1,4759+004	5,3348+002	2,7666+001
394	6	133	7,8980+004 2 3 4 5 6 8	8,0528+004	1,3163+004	6,0548+002	2,1740+001
395	6	133	8,0163+004 2 3 4 5 6 9	7,9345+004	1,3361+004	5,9658+002	2,2395+001
396	6	133	8,9980+004 2 3 4 5 7 8	6,9529+004	1,4997+004	5,2277+002	2,8687+001
397	6	133	8,9904+004 2 3 4 5 7 9	6,9605+004	1,4984+004	5,2334+002	2,8631+001
398	6	133	6,0030+004 2 3 4 5 8 9	9,9479+004	1,0005+004	7,4796+002	1,3376+001
399	6	133	8,7580+004 2 3 4 6 7 8	7,1929+004	1,4597+004	5,4082+002	2,6990+001

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
400	6	133	8,8146+004 2 3 4 6 7 9	7,1363+004	1,4691+004	5,3656+002	2,7380+001
401	6	133	7,8513+004 2 3 4 6 8 9	8.0995+004	1,3086+004	6,0899+002	2,1487+001
402	6	133	8,8874+004 2 3 4 7 8 9	7.0634+004	1,4812+004	5,3108+002	2,7891+001
403	6	133	8,9619+004 2 3 5 6 7 8	6.9890+004	1.4936+004	5,2549+002	2,8424+001
404	6	133	8,6287+004 2 3 5 6 7 9	7,3222+004	1,4381+004	5,5054+002	2,6122+001
405	6	133	8,0175+004 2 3 5 6 8 9	7,9334+004	1,3362+004	5,9649+002	2,2402+001
406	6	133	8,3619+004 2 3 5 7 8 9	7,5889+004	1,4603+004	5,7150+002	2,7852+001
407	6	133	8,8215+004 2 3 6 7 8 9	7,1294+004	1,4702+004	5,3604+002	2,7428+001
408	6	133	8,8843+004 2 4 5 6 7 8	7.0666+004	1,4807+004	5,3132+002	2,7869+001
409	6	133	8,9312+004 2 4 5 6 7 9	7,0198+004	1,4885+004	5,2781+002	2,8210+001
410	6	133	6,8601+004 2 4 5 6 8 9	9.0908+004	1.1433+004	6,8352+002	1,6727+001
411	6	133	8,6849+004 2 4 5 7 8 9	7,2659+004	1.4475+004	5,4631+002	2,6496+001
412	6	133	8,7948+004 2 4 6 7 8 9	7,1560+004	1.4658+004	5,3805+002	2,7243+001
413	6	133	8,2237+004 2 5 6 7 8 9	7,7271+004	1.3706+004	5,8099+002	2,3591+001
414	6	133	8,8180+004 3 4 5 6 7 8	7,1329+004	1.4697+004	5,3631+002	2,7404+001
415	6	133	8,8147+004 3 4 5 6 7 9	7,1362+004	1,4691+004	5,3655+002	2,7381+001
416	6	133	7,7545+004 3 4 5 6 8 9	8.1964+004	1,2924+004	6,1627+002	2,0972+001
417	6	133	8,8537+004 3 4 5 7 8 9	7,1172+004	1,4723+004	5,3514+002	2,7513+001
418	6	133	8,8315+004 3 4 6 7 8 9	7,1193+004	1,4719+004	5,3529+002	2,7498+001
419	6	133	8,6017+004 3 5 6 7 8 9	7,3492+004	1,4336+004	5,5257+002	2,5944+001
420	6	133	8,7936+004 4 5 6 7 8 9	7,1572+004	1,4656+004	5,3814+002	2,7235+001

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
421	7	132	9,2113+004 1 2 3 4 5 6 7	6,7396+004	1,3159+004	5,1057+002	2,5773+001
422	7	132	9,0069+004 1 2 3 4 5 6 8	6,9440+004	1,2867+004	5,2606+002	2,4459+001
423	7	132	9,0676+004 1 2 3 4 5 6 9	6,8832+004	1,2954+004	5,2146+002	2,4841+001
424	7	132	9,3121+004 1 2 3 4 5 7 8	6,6388+004	1,3303+004	5,0294+002	2,6451+001
425	7	132	9,2682+004 1 2 3 4 5 7 9	6,6826+004	1,3240+004	5,0626+002	2,6153+001
426	7	132	9,0510+004 1 2 3 4 5 8 9	6,8998+004	1,2930+004	5,2271+002	2,4736+001
427	7	132	9,1121+004 1 2 3 4 6 7 8	6,8387+004	1,3017+004	5,1809+002	2,5126+001
428	7	132	9,1697+004 1 2 3 4 6 7 9	6,7811+004	1,3100+004	5,1372+002	2,5499+001
429	7	132	8,8931+004 1 2 3 4 6 8 9	7,0578+004	1,2704+004	5,3468+002	2,3761+001
430	7	132	9,1794+004 1 2 3 4 7 8 9	6,7714+004	1,3113+004	5,1299+002	2,5563+001
431	7	132	9,4295+004 1 2 3 5 6 7 8	6,5214+004	1,3471+004	4,9404+002	2,7266+001
432	7	132	9,3431+004 1 2 3 5 6 7 9	6,6078+004	1,3347+004	5,0059+002	2,6663+001
433	7	132	8,8513+004 1 2 3 5 6 8 9	7,0995+004	1,2645+004	5,3784+002	2,3510+001
434	7	132	9,3685+004 1 2 3 5 7 8 9	6,5824+004	1,3384+004	4,9866+002	2,6839+001
435	7	132	9,3080+004 1 2 3 6 7 8 9	6,6428+004	1,3297+004	5,0325+002	2,6423+001
436	7	132	9,2727+004 1 2 4 5 6 7 8	6,6781+004	1,3247+004	5,0592+002	2,6184+001
437	7	132	9,1924+004 1 2 4 5 6 7 9	6,7584+004	1,3132+004	5,1200+002	2,5648+001
438	7	132	8,8284+004 1 2 4 5 6 8 9	7,1224+004	1,2612+004	5,3958+002	2,3374+001
439	7	132	9,3310+004 1 2 4 5 7 8 9	6,6198+004	1,3330+004	5,0150+002	2,6580+001
440	7	132	9,1370+004 1 2 4 6 7 8 9	6,8138+004	1,3053+004	5,1620+002	2,5287+001
441	7	132	9,3313+004 1 2 5 6 7 8 9	6,6178+004	1,3333+004	5,0145+002	2,6594+001

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
442	7	132	9,0844+004 1 3 4 5 6 7 8	6,8665+004	1,2978+004	5,2019+002	2,4948+001
443	7	132	9,1051+004 1 3 4 5 6 7 9	6,8458+004	1,3007+004	5,1862+002	2,5080+001
444	7	132	8,6309+004 1 3 4 5 6 8 9	7,3199+004	1,2330+004	5,5454+002	2,2234+001
445	7	132	9,0035+004 1 3 4 5 7 8 9	6,9474+004	1,2862+004	5,2632+002	2,4438+001
446	7	132	9,0935+004 1 3 4 6 7 8 9	6,8574+004	1,2991+004	5,1950+002	2,5006+001
447	7	132	9,1163+004 1 3 5 6 7 8 9	6,8346+004	1,3023+004	5,1777+002	2,5153+001
448	7	132	8,9774+004 1 4 5 6 7 8 9	6,9735+004	1,2825+004	5,2829+002	2,4276+001
449	7	132	9,0098+004 2 3 4 5 6 7 8	6,9410+004	1,2871+004	5,2584+002	2,4477+001
450	7	132	9,0031+004 2 3 4 5 6 7 9	6,9476+004	1,2862+004	5,2633+002	2,4437+001
451	7	132	8,0359+004 2 3 4 5 6 8 9	7,9150+004	1,1480+004	5,6062+002	1,9145+001
452	7	132	9,0200+004 2 3 4 5 7 8 9	6,8805+004	1,2958+004	5,2139+002	2,4859+001
453	7	132	8,8973+004 2 3 4 6 7 8 9	7,0535+004	1,2710+004	5,3436+002	2,3786+001
454	7	132	9,0085+004 2 3 5 6 7 8 9	6,9424+004	1,2869+004	5,2594+002	2,4469+001
455	7	132	8,9727+004 2 4 5 6 7 8 9	6,9782+004	1,2818+004	5,2865+002	2,4247+001
456	7	132	8,8340+004 3 4 5 6 7 8 9	7,1168+004	1,2620+004	5,3915+002	2,3407+001
457	8	131	9,4526+004 1 2 3 4 5 6 7 8	6,4982+004	1,1816+004	4,9605+002	2,3820+001
458	8	131	9,3781+004 1 2 3 4 5 6 7 9	6,5728+004	1,1723+004	5,0174+002	2,3364+001
459	8	131	9,1066+004 1 2 3 4 5 6 8 9	6,8442+004	1,1383+004	5,2246+002	2,1788+001
460	8	131	9,3823+004 1 2 3 4 5 7 8 9	6,5686+004	1,1728+004	5,0142+002	2,3389+001
461	8	131	9,3157+004 1 2 3 4 6 7 8 9	6,6351+004	1,1645+004	5,0650+002	2,2991+001
462	8	131	9,5110+004 1 2 3 5 6 7 8 9	6,4399+004	1,1889+004	4,9159+002	2,4184+001

INDEX D'ORDRE	D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
463	8	131	9,4350+004 1 2 4 5 6 7 8 9	[illegible]	[illegible]	5,0503+002	2,3105+001
464	8	131	9,3420+004 1 3 4 5 6 7 8 9	[illegible]	[illegible]	5,1976+002	2,1986+001
465	8	131	[illegible] 2 3 4 5 6 7 8 9	[illegible]	[illegible]	5,2431+002	2,1653+001
466	9	130	9,5208+004 1 2 3 4 5 6 7 8 9	6,4300+004	1,0579+004	4,9462+002	2,1388+001

LES COEFFICIENTS DE REGRESSION A ESTIMATION LINEAIRE

CONSTANTE	241,31085

FONCTION	COEFFICIENT
1	-2,227030
4	-0,403942
7	0,032425

D DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
1	1.00000000	1.00000000	255.00000000	238.71030083	16.28969937
2	1.00000000	2.00000000	245.00000000	238.33678357	6.66321643
3	1.00000000	3.00000000	239.00000000	237.96326651	1.03673349
4	1.00000000	4.00000000	238.00000000	237.58974904	0.41025096
5	1.00000000	5.00000000	239.00000000	237.21623238	1.78376762
6	1.00000000	6.00000000	242.00000000	236.84271532	5.15728468
7	1.00000000	7.00000000	248.00000000	236.46919826	11.53080174
8	1.00000000	8.00000000	252.00000000	236.09568119	15.90431881
9	1.00000000	9.00000000	258.00000000	235.72216413	22.27783587
10	1.00000000	10.00000000	256.00000000	235.34864707	20.65135293
11	1.00000000	11.00000000	246.00000000	234.97513001	11.02486999
12	1.00000000	12.00000000	231.00000000	234.60161294	-3.60161294
13	1.00000000	13.00000000	208.00000000	234.22809588	-26.22809588
14	1.00000000	14.00000000	197.00000000	233.85457882	-36.85457882
15	1.00000000	15.00000000	214.00000000	233.48106176	-19.48106176
16	1.00000000	16.00000000	235.00000000	233.10754469	1.89245531
17	1.00000000	17.00000000	257.00000000	232.73402763	24.26597237
18	4.10000000	1.00000000	228.00000000	231.00672282	-3.00672282
19	4.10000000	2.00000000	218.00000000	229.94142048	-11.94142048
20	4.10000000	3.00000000	234.00000000	228.82211813	5.17788187
21	4.10000000	4.00000000	235.00000000	227.70281579	7.29718421
22	4.10000000	5.00000000	217.00000000	226.58351344	-9.58351344
23	4.10000000	6.00000000	205.00000000	225.46421109	-20.46421109
24	4.10000000	7.00000000	216.00000000	224.34490874	-8.34490874
25	4.10000000	8.00000000	240.00000000	223.22560640	16.77439360
26	4.10000000	9.00000000	241.00000000	222.10630405	18.89369595
27	4.10000000	10.00000000	229.00000000	220.98700171	8.01299829
28	4.10000000	11.00000000	248.00000000	219.86769936	28.13230064

O DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
29	4.10000000	12.00000000	228.00000000	218.74839701	9.25160299
30	4.10000000	13.00000000	208.00000000	217.62909467	-9.62909467
31	4.10000000	14.00000000	198.00000000	216.50979232	-18.50979232
32	4.10000000	15.00000000	212.00000000	215.39048997	-3.39048997
33	4.10000000	16.00000000	241.00000000	214.27118763	26.72881237
34	4.10000000	17.00000000	246.00000000	213.15188528	32.84811472
35	7.20000000	1.00000000	246.00000000	224.03434725	21.96565275
36	7.20000000	2.00000000	224.00000000	222.79246186	1.20753814
37	7.20000000	3.00000000	216.00000000	221.55057647	-5.55057647
38	7.20000000	4.00000000	214.00000000	220.30869108	-6.30869108
39	7.20000000	5.00000000	196.00000000	219.06680569	-23.06680569
40	7.20000000	6.00000000	190.00000000	217.82492030	-27.82492030
41	7.20000000	7.00000000	188.00000000	216.58303491	-28.58303491
42	7.20000000	8.00000000	188.00000000	215.34114952	-27.34114952
43	7.20000000	9.00000000	188.00000000	214.09926413	-26.09926413
44	7.20000000	10.00000000	188.00000000	212.85737874	-24.85737874
45	7.20000000	11.00000000	198.00000000	211.61549334	-13.61549334
46	7.20000000	12.00000000	229.00000000	210.37360795	18.62639205
47	7.20000000	13.00000000	227.00000000	209.13172256	17.86827744
48	7.20000000	14.00000000	203.00000000	207.88983717	-4.88983717
49	7.20000000	15.00000000	194.00000000	206.64795178	-12.64795178
50	7.20000000	16.00000000	195.00000000	205.40606639	-10.40606639
51	7.20000000	17.00000000	200.00000000	204.16418099	-4.16418099
52	10.30000000	1.00000000	276.00000000	217.05117392	58.94882608
53	10.30000000	2.00000000	252.00000000	216.88990773	35.11009227
54	10.30000000	3.00000000	220.00000000	216.14864153	3.85135847
55	10.30000000	4.00000000	197.00000000	215.40737533	-18.40737533
56	10.30000000	5.00000000	190.00000000	214.66610914	-24.66610914

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
57	10.30000000	6.00000000	189.00000000	213.92484294	-24.92484294
58	10.30000000	7.00000000	193.00000000	213.18357674	-20.18357674
59	10.30000000	8.00000000	211.00000000	212.44231154	-1.44231054
60	10.30000000	9.00000000	197.00000000	211.70104435	-14.70104435
61	10.30000000	10.00000000	188.00000000	210.95977815	-22.95977815
62	10.30000000	11.00000000	188.00000000	210.21851195	-22.21851195
63	10.30000000	12.00000000	205.00000000	209.47724576	-4.47724576
64	10.30000000	13.00000000	224.00000000	208.73597956	15.26402044
65	10.30000000	14.00000000	218.00000000	207.99471336	10.00528664
66	10.30000000	15.00000000	201.00000000	207.25344717	-6.25344717
67	10.30000000	16.00000000	186.00000000	206.51218097	-20.51218097
68	10.30000000	17.00000000	187.00000000	205.77091477	-18.77091477
69	13.40000000	1.00000000	233.00000000	211.85120283	21.14879717
70	13.40000000	2.00000000	269.00000000	212.23375807	56.76624193
71	13.40000000	3.00000000	241.00000000	212.61631330	28.38368670
72	13.40000000	4.00000000	210.00000000	212.99886854	-2.99886854
73	13.40000000	5.00000000	192.00000000	213.38142378	-21.38142378
74	13.40000000	6.00000000	189.00000000	213.76397901	-24.76397901
75	13.40000000	7.00000000	193.00000000	214.14653425	-21.14653425
76	13.40000000	8.00000000	228.00000000	214.52908949	13.47091051
77	13.40000000	9.00000000	247.00000000	214.91164472	32.08835528
78	13.40000000	10.00000000	216.00000000	215.29419996	0.70580004
79	13.40000000	11.00000000	193.00000000	215.67675519	-22.67675519
80	13.40000000	12.00000000	186.00000000	216.05931043	-30.05931043
81	13.40000000	13.00000000	186.00000000	216.44186567	-30.44186567
82	13.40000000	13.00000000	186.00000000	216.44186567	-30.44186567
83	13.40000000	14.00000000	188.00000000	216.82442090	-28.82442090
84	13.40000000	15.00000000	201.00000000	217.20697614	-16.20697614

NO DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
85	13.40000000	16.00000000	220.00000000	217.58953138	2.41046862
86	13.40000000	17.00000000	260.00000000	217.97208661	42.02791338
87	13.40000000	18.00000000	292.00000000	218.35464185	73.64535815
88	13.50000000	1.00000000	197.00000000	206.69443398	-9.69443398
89	16.50000000	2.00000000	213.00000000	208.82401289	4.17598711
90	16.50000000	3.00000000	211.00000000	210.95359180	0.04640820
91	16.50000000	4.00000000	205.00000000	213.08317071	-8.08317071
92	16.50000000	5.00000000	198.00000000	215.21274962	-17.21274962
93	16.50000000	6.00000000	191.00000000	217.34232852	-26.34232852
94	16.50000000	7.00000000	192.00000000	219.47190743	-27.47190743
95	16.50000000	8.00000000	210.00000000	221.60148634	-11.60148634
96	16.50000000	9.00000000	252.00000000	223.73106525	28.26893475
97	16.50000000	10.00000000	259.00000000	225.86064415	33.13935585
98	16.50000000	11.00000000	243.00000000	227.99022307	15.00977693
99	16.50000000	12.00000000	245.00000000	230.11980197	14.88019803
100	16.50000000	13.00000000	258.00000000	232.24938088	25.75061912
101	16.50000000	14.00000000	266.00000000	234.37895979	31.62104021
102	16.50000000	15.00000000	242.00000000	236.50853869	5.49146131
103	16.50000000	16.00000000	223.00000000	238.63811760	-15.63811760
104	16.50000000	17.00000000	245.00000000	240.76769651	4.23230349
105	16.50000000	18.00000000	248.00000000	242.89727542	5.10272458
106	16.50000000	19.00000000	241.00000000	245.02685433	-4.02685433
107	19.60000000	1.00000000	206.00000000	208.16086737	-2.16086737
108	19.60000000	2.00000000	196.00000000	206.66067219	-10.66067219
109	19.60000000	3.00000000	193.00000000	211.16047700	-18.16047700
110	19.60000000	4.00000000	193.00000000	215.66028183	-22.66028183
111	19.60000000	5.00000000	195.00000000	220.16008665	-25.16008665
112	19.60000000	6.00000000	211.00000000	224.65989146	-13.65989146

NO DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
113	19.60000000	7.00000000	246.00000000	229.15969628	16.84030372
114	19.60000000	8.00000000	258.00000000	233.65950110	24.34049889
115	19.60000000	9.00000000	243.00000000	238.15930592	4.84069408
116	19.60000000	10.00000000	229.00000000	242.65911074	-13.65911074
117	19.60000000	11.00000000	258.00000000	247.15891556	10.84108444
118	19.60000000	12.00000000	288.00000000	251.65872037	36.34127963
119	19.60000000	13.00000000	304.00000000	256.15852519	47.84147481
120	19.60000000	14.00000000	308.00000000	260.65833002	47.34166998
121	19.60000000	15.00000000	275.00000000	265.15813483	9.84186517
122	19.60000000	16.00000000	256.00000000	269.65793964	-13.65793964
123	19.60000000	17.00000000	262.00000000	274.15774447	-12.15774447
124	19.60000000	18.00000000	280.00000000	278.65754928	1.34245072
125	19.60000000	19.00000000	303.00000000	283.15735410	19.84264590
126	22.70000000	5.00000000	224.00000000	228.22343487	-4.22343487
127	22.70000000	6.00000000	224.00000000	235.71666784	-11.71666784
128	22.70000000	7.00000000	270.00000000	243.20990081	26.79009919
129	22.70000000	8.00000000	309.00000000	250.70313378	58.29686622
130	22.70000000	9.00000000	284.00000000	258.19636675	25.80363325
131	22.70000000	10.00000000	255.00000000	265.68959972	-10.68959972
132	22.70000000	11.00000000	246.00000000	273.18283268	-27.18283268
133	22.70000000	12.00000000	246.00000000	280.67606565	-34.67606565
134	22.70000000	13.00000000	269.00000000	288.16929861	-19.16929861
135	22.70000000	14.00000000	309.00000000	295.66253159	13.33746841
136	22.70000000	15.00000000	313.00000000	303.15576456	9.84423544
137	22.70000000	16.00000000	316.00000000	310.64899753	5.35100247
138	22.70000000	17.00000000	293.00000000	318.14223050	-25.14223050
139	22.70000000	18.00000000	275.00000000	325.63546346	-50.63546346
140	22.70000000	19.00000000	312.00000000	333.12869644	-21.12869644

MODELE 2

Supposons que le degré nécessaire du polynôme définissant le modèle linéaire est supérieur ou égal à 4. Le nombre des combinaisons possibles des monômes est supérieur ou égal à 16383 - voir table (3.3) - . Ce nombre correspond au nombre total d'inversions des matrices d'ordre 2, 3, ..., 19. Pour éviter l'introduction des polynômes incomplets de degré supérieur , l'algorithme d'Efroymson (réf. 5) peut être utilisé, qui ne consiste pas à énumérer toutes les combinaisons des monômes, mais qui permet de déterminer une combinaison approximativement optimum, au prix d'une arithmétique raisonnable.

Un programme a été écrit par l'auteur, qui est basé sur l'algorithme d'Efroymson.

Le programme calcule une séquence d'équation à régressions multiples linéaires. A chaque pas de calcul séquentiel un monôme $f_j^*(x,y)$ est choisi - le monôme choisi est celui qui produit le maximum de réductions de la somme des carrés des erreurs - et rajouté au modèle linéaire. Une fois le monôme rajouté, d'autres monômes - inclus dans le modèle linéaire à ce pas - peuvent devenir statistiquement non significatifs, ce qui est détecté par le programme en recalculant la valeur de F pour tout monôme $f_j(x,y) \neq f_j^*(x,y)$ inclus dans le modèle linéaire à ce pas. Les fonctions dont les valeurs de F_α tombent au-dessous d'une valeur critique - définie préalablement sur le niveau de confiance P_α - sont automatiquement éliminées du modèle.

Le calcul séquentiel est stoppé si l'une des conditions suivantes est rencontrée :

1) Tout monôme d'un polynôme complet de degré t est inclus dans le modèle linéaire.

2) Entre tous les monômes qui ne sont pas inclus dans le modèle il n'en existe aucun dont l'addition produirait une amélioration significative de l'approximation sur le niveau de confiance P_α .

La combinaison finale des monômes inclus dans le modèle linéaire au moment ou l'une ou l'autre des conditions ci-dessus est rencontrée, constitue un modèle aproximativement optimum - par rapport à toutes les combinaisons possibles.

A chaque pas du calcul séquentiel, les quantités suivantes sont imprimées

1) Les coefficients de corrélation partielle entre la propriété géophysique mesurée et les monômes qui ne sont pas encore inclus dans le modèle linéaire (comme les corrélations partielles sont calculées en retranchant l'effet commun des monômes inclus dans le modèle linéaire, les coefficients déterminent l'importance relative des monômes dans l'amélioration de l'approximation).

2) La valeur de F associée avec le monôme $f_j^*(x,y)$ rajouté au modèle linéaire.

Cette valeur est définie par

$$F_{inclusion}(1, n-m_i-2) = \frac{\quad}{(\quad)(\quad)}$$

où

n est le nombre de mesures.

m_i est le nombre de fonctions incluses dans le modèle linéaire si $F_j^*(x,y)$ est rajouté.

S_i^2 est la somme des carrés expliquée par le modèle linéaire si $f_j^*(x,y)$ au i-ème pas est rajouté.

S_{i-1}^2 est la somme des carrés expliquée par le modèle linéaire au pas i-1.

$S_T^2 = \sum_{u=1}^{n} (z'_u - \bar{z}')^2$ est la somme des carrés totale.

3) L'écart-type d'estimation - voir (2.33) -

4) Le coefficient de corrélation multiple.

5) Les paramètres du modèle linéaire estimé, et l'écart-type des paramètres.

6) Une table d'analyse de variance qui inclut

a) degrés de liberté

b) sommes des carrés et sommes des carrés moyennes

c) valeur de F pour tester la validité du modèle linéaire.

7) Une table de résidus.

La table (5.4) contient les [illegible] calculs.

Le modèle linéaire d'optimum est celui qui a été trouvé précédemment par le modèle 1 :

$$f(x,y) = 241.311 - 2.[illegible]x - 3.[illegible]y + 0.03242x^4y$$

Sous l'hypothèse : $a_j=0$, $j=1,4,7$, l'application de la formule (2.27) permet de déterminer la signification des paramètres particuliers .

$$\hat{a}_1 = -2.22703$$

$$\hat{a}_4 = -0.40594$$

$$\hat{a}_7 = 0.03242$$

on obtient

$$\frac{\hat{a}_1}{\{VAR(\hat{a}_1)\}^{1/2}} = \frac{2.22703}{0.44906} = -4.95 \sim t(136)$$

De (1.29) $\quad t^2_{0.95}(136) = F_{0.95}(1,136)$

d'où

$$(-4.95)^2 = 24.50 > F_{0.95}(1,136) < 3.84$$

et on déduit que $\hat{a}_1$ est significativement différent de zéro, et l'hypothèse $\hat{a}_1 = 0$ est rejetée sur le niveau (1-0.95) = 0.05.

Similairement :

$$\left[\frac{\hat{a}_4}{\{VAR(\hat{a}_4)\}^{1/2}}\right]^2 = 32.96 > F_{0.95}(1,136)$$

$$\left[\frac{\hat{a}_7}{\{VAR(\hat{a}_7)\}^{1/2}}\right]^2 = 84.64 > F_{0.95}(1,136)$$

et a_4 et a_7 sont significativement différents de zéro.

Ces tests étant à chaque pas exécutés par le programme, les exemples ci-dessus servent à illustrer la théorie.

A l'aide de la formule (2.30) les intervalles de confiance peuvent être calculés. Pour a_1, l'intervalle de confiance P = 0.95 est défini par :

$$P\{-2.22703-(t_p \times 0.449066) \leq a_1 \leq -2.22703+(t_p \times 0.449066)\} = 0.95$$

On retrouve la valeur $t_p = 1.980$ à l'entrée de la table t avec P = (0.95+1)/2 et degré de liberté 136, et l'intervalle de confiance devient :

$$P\{-3.11618 \leq a_1 \leq 1.33788\} = 0.95$$

Similairement :

$$P\{-0.54675 \leq a_4 \leq 0.26711\} = 0.95$$

$$P\{-0.00375 \leq a_7 \leq 0.01023\} = 0.95$$

L'indice de fidélité trouvé est u = 667.21

Temps de calcul : 3 min. 29 sec.

La carte isométrique correspondant à la table 3.5 est la carte n° 1 de l'appendice.

TABLE 3.5

LES VALEURS MOYENNES

2,30157+0021,18943+0019,68571+0001,90003+0021,20489+0021,19986+0023,39781+0031,98141+0031,53872+0031,66624+003

LA MATRICE DES CORRELATIONS

1,00000+0001,48263-0019,66887-0017,43481-0011,57793-0019,13390-0017,85963-0015,82787-0011,66677-0013,35117-001
1,48263-0011,00000+0001,63261-0016,86337-0019,70720-0011,68643-0015,53670-0017,51657-0019,18743-0012,80732-001
9,66887-0011,63261-0011,00000+0007,43804-0011,70662-0019,85629-0018,30851-0015,90373-0011,78345-0014,56224-001
7,43481-0016,86337-0017,43804-0011,00000+0006,95802-0017,21486-0019,66439-0019,61444-0016,86947-0015,26277-001
1,57793-0019,70720-0011,70662-0016,95802-0011,00000+0001,73378-0015,71229-0018,00764-0019,85432-0013,22033-001
9,13390-0011,68643-0019,85629-0017,21486-0011,73378-0011,00000+0008,33562-0015,77098-0011,79271-0015,12479-001
7,85963-0015,53670-0018,30851-0019,66439-0015,71229-0018,33562-0011,00000+0009,14526-0015,73295-0016,23835-001
5,82787-0017,51657-0015,90373-0019,61444-0018,00764-0015,77098-0019,14526-0011,00000+0008,15086-0015,36050-001
1,66677-0019,18743-0011,78345-0016,86947-0019,85432-0011,79271-0015,73295-0018,15086-0011,00000+0003,39217-001
3,35117-0012,80732-0014,56224-0015,26277-0013,22033-0015,12479-0016,23835-0015,36050-0013,39217-0011,00000+000

PAS 1

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
7	9,13014-003	9,73708-004
CONSTANTE	2,12067+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF. DE CORRELATION MULTIPLE
7	87.92200	26.57129	3,89170-001

ANALYSE DE VARIANCE

D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
1	138	6,2076+004	9,7433+004	6,2076+004	7,0603+002	8,7922+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	8	9
CORRELATION	2,510-001	7,766-002	1,116-001	2,983-001	4,181-002	1,362-002	8,519-002	2,249-002

PAS 2

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
4	-3.70184-001	7.66043-002
7	2.55515-002	3.51617-003
CONSTANTE	2,24132+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF. DE CORRELATION MULTIPLE
4	23.35219	24.64988	4,78125-001

ANALYSE DE VARIANCE

D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
2	137	7,6265+004	8,3243+004	3.8133+004	6,0702+002	6,2758+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	5	6	8	9
CORRELATION	2,827-001	1,884-001	2,581-001	2,208-001	2,363-001	2,068-001	2,138-001

PAS 3

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
1	-2.22703+000	4.49066-001
4	-4.05942-001	7.11201-002
7	3.24247-002	3.53099-003
CONSTANTE	2.41311+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF. DE CORRELATION MULTIPLE
1	24.59416	22.76723	5.58048-001

ANALYSE DE VARIANCE

D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
3	136	8.9013+004	7.0495+004	2.9671+004	5.1835+002	5.7242+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	2	3	5	6	8	9
CORRELATION	9.317-003	4.884-002	3.433-002	1.857-002	9.674-003	4.169-002

Expérience :

Pour tester la stabilité du modèle linéaire d'optimum, deux expériences ont été faites sur les modèles de polynômes de degré 3. Dans la première expérience 196, dans la deuxième 255 altitudes ont été utilisées. Les données correspondantes sont incluses dans les tables 7 et 8 de l'appendice I.

Les modèles linéaires d'optimum trouvés sont les suivants :

$$\hat{H}_1^3(x,y) = 244.0760 - 2.0790\,X - 0.5632\,XY + 0.03563\,X^2Y + 0.003210\,Y^3$$

$$\hat{H}_2^3(x,y) = 245.127 - 2.1917\,X - 0.5537\,XY + 0.03539\,X^2Y + 0.003159\,Y^3$$

où l'indice supérieur correspond au degré du modèle et l'indice inférieur identifie l'expérience.

Dans la référ. 1, p. 3, il est démontré que l'application du théorème de Weierstrass est limitée dans la pratique aux cas où la surface échantillonnée est peu compliquée. Dans la même référence, il est montré qu'avec l'augmentation du degré du polynôme, définissant le modèle linéaire (2.1), la matrice du système des équations normales (2.9) devient de plus en plus mal conditionnée, et les coefficients ne peuvent pas être évalués avec précision. En cas de mesures équidistantes, seuls les polynômes jusqu'aux degrés 3 sont recommandés.

Les expériences ont été faites cependant sur les polynômes de degré 4,5,6 et 7. Ces polynômes produisent 14, 20, 27 et 35 nombres de monômes à mettre en concurrence dans l'algorithme d'Efroymson.

Les modèles linéaires d'optimum trouvés sont respectivement :

$$H_3^4(x,y) = 260.0030 - 9.3284\ X - 1.13344 + 0.4908\ X^2 - 0.0004218\ XY + 0.0007204\ X^3Y$$

$$H_4^5(x,y) = 249.1430 - 8.8902\ X + 0.4649\ X^2 - 0.00001617\ X^5 + 0.00002728\ X^4Y$$

$$H_5^6(x,y) = 243.9600 - 0.1028\ XY + 0.04022\ XY^2 - 0.0004285\ X^4 + 0.0003366\ X^4Y - 0.000007335\ X^5Y - 0.000006131\ X^4Y^2$$

$$H_6^7(x,y) = 242.0090 - 0.9238\ XY + 0.03693\ XY^2 - 0.00002224\ X^5 + 0.0001786\ X^4Y - 0.0000002895\ X^5Y^2$$

La valeur de F choisie pour contrôler l'inclusion et l'exclusion des monômes était de 3.5 qui est inférieure au nombre 4, recommandé par Efroymson. Ce choix de F a permis l'inclusion de plus de monômes au modèle linéaire, qui autrement auraient été exclus. La table 3.5.1 reproduit les autres détails des expériences. Les données utilisées dans les expériences 3, 4, 5 et 6 correspondent aux données contenues dans la table 3.5.

TABLE 3.5.1

Expérience	Modèle	Ecart-type d'estimation	Coefficient de corrélation multiple	Indice de fidélité	Temps de calcul
2.1	$H_1^3(x,y)$	24.1898	0.4984	610.52	3 min. 50 sec.
2.2	$H_2^3(x,y)$	24.3060	0.4808	609.90	3 min. 59 sec.
2.3	$H_3^4(x,y)$	23.0046	0.5521	666.45	3 min. 47 sec.
2.4	$H_4^5(x,y)$	23.0720	0.5494	670.12	4 min. 02 sec.
2.5	$H_5^6(x,y)$	20.7615	0.6409	629.74	4 min. 32 sec.
2.6	$H_6^7(x,y)$	20.9480	0.6313	612.71	5 min. 03 sec.

ANALYSE DE VARIANCE

Expérience	D. liberté numérateur	D. liberté dénominateur	S. des carrés (régression)	S. des carrés (résidu)	Valeur de F
2.1	4	191	1.1107+005	1.1176+005	47.455
2.2	4	250	1.3678+005	1.4770+005	57.881
2.3	5	134	9.0480+004	6.9029+004	35.128
2.4	4	135	8.7645+004	7.1863+004	41.162
2.5	7	132	1.0218+005	5.7329+004	33.610
2.6	7	132	1.0071+005	5.8802+004	32.295

MODELE 3

On a vu que si les fonctions $f_j(x,y)$ définissant le modèle linéaire (2.1) sont telles que :

$$(f_i, f_j) = \sum_{k=1}^{n} f_i(x_k,y_k) f_j(x_k,y_k) = 0 \quad ; \quad i,j = 1,2,\cdots,m \quad i \neq j$$

alors la solution du système d'équation linéaire (2.16) prend une forme particulièrement simple. Les fonctions $f_j(x,y)$ qui satisfont ces conditions constituent un système orthogonal par rapport aux points de mesure (x_k,y_k).

Ces fonctions sont les polynômes successifs en x et y :

$$\begin{aligned}
f_0(x,y) &= 1 \\
f_1(x,y) &= b_{10}+x \\
f_2(x,y) &= b_{20} + b_{21}x + y \\
f_3(x,y) &= b_{30} + b_{31}x + b_{32}y + x^2 \\
f_4(x,y) &= b_{40} + b_{41}x + b_{42}y + b_{43}x^2 + xy \\
&\vdots \\
f_j(x,y) &= b_{j0} + \cdots + b_{jL}x^{\alpha+\beta} + b_{jL+1}x^{\alpha+\beta+1}y + \cdots + b_{jL+\beta-1}x^{\alpha+1}y^{\beta-1} + b_{jL+\beta}x^{\alpha}y^{\beta}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

où $j = 0,1,2,\ldots,m(\alpha+\beta)$ est l'ordre du polynôme.

Les monômes $x^{\alpha}y^{\beta}$ sont aussi ordonnés pas rapport à la valeur croissante de $(\alpha+\beta)$, et pour chaque valeur de $(\alpha+\beta)$ dans l'ordre décroissant de α .

Si dans $f_1(x,y)$ le coefficient

$$b_{10} = -\bar{x} = -\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k \tag{3.4}$$

alors

$$(f_0, f_1) = 0$$

Similairement, les coefficients b_{20} et b_{21} de $f_2(x,y)$ doivent être choisis de manière à ce que le système linéaire des deux

équations

$$(f_0, f_2) = \sum_{k=1}^{n} (b_{20} + b_{21} x_k + y_k) = 0$$

$$(f_1, f_2) = \sum_{k=1}^{n} (x_k - \bar{x}) (b_{20} + b_{21} x_k + y_k) = 0 \qquad (3.5)$$

s'annule.

On pourrait continuer ainsi pour les paramètres de $f_3(x,y), \ldots, f_m(x,y)$, mais grâce à une formule de récurrence (réf. 9, p. 374) qui lie trois polynômes successifs, les trois premierès suffisent pour déterminer les autres.

En cas d'une variable indépendante x, la formule est donnée par :

$$\gamma_{m+1} P_{m+1}(x) = P_m(x) X - \gamma_m P_m(x) - \gamma_{m-1} P_{m-1}(x) \qquad (3.6)$$

où les $P_j(x)$ sont les polynômes orthogonaux d'rdre j.

Dans la réf. 16, p. 38-40, il est démontré que (3.6) peut être généralisée pour plusieurs variables indépendantes.

En cas de deux variables x et y, similairement à (3.6), on peut écrire

$$\gamma_j f_j(x,y) = f_i(x,y) V - \gamma_{j-1} f_{j-1}(x,y) - \gamma_{j-2} f_{j-2}(x,y) \qquad (3.7)$$

où γ_j est choisi de manière à ce que

$$\gamma_j \sum_{k=1}^{n} f_j^2(x_k, y_k) = 1 \qquad (3.8)$$

et $f_i(x,y)$ est un polynôme d'ordre inférieur à j, et V est une variable générale qui peut être x ou y.

Comme tout polynôme d'ordre j-1 peut être exprimé comme une combinaison linéaire des polynômes d'ordre inférieur à j-1, plus un terme, la formule de récurrence (3.7) peut être exprimée par

$$\gamma_j f_j(x,y) = f_i(x,y) V - \sum_{i=0}^{j-1} \delta_{j-i} f_i(x,y) \qquad (3.9)$$

Par exemple si j=4, $f_i(x,y)$ et V sont choisis de manière à ce que

$$f_i(x,y)\,v - \sum_{L=0}^{j-1} \delta_{jL} f_L(x,y) = b_{40} + b_{41}x + b_{42}y + b_{43}x^2 + xy$$

$$= f_4(x,y)$$

Cette expression est satisfaite si i=2 et V=x

$$(b_{20} + b_{21}x + y)x - \sum_{L=0}^{j-1=3} \delta_{4L} f_L(x,y) = \gamma_4 f_4(x,y)$$

Pour calculer les paramètres δ_{jL} , multiplions la formule de récurrence (3.7) par $f_s(x_k,y_k)$ et sommons suivant k

$$\gamma_j \sum_{k=1}^{n} f_j(x_k,y_k) f_s(x_k,y_k) = \sum_{k=1}^{n} f_i(x_k,y_k)\, v_k\, f_s(x_k,y_k)$$

$$- \sum_{L=0}^{j-1} \delta_{jL} \sum_{k=1}^{n} f_L(x_k,y_k)\, f_s(x_k,y_k)$$

Si dans cette expression s < j

alors la somme

$$\sum_{k=1}^{n} f_j(x_k,y_k) f_s(x_k,y_k) = 0$$

Similairement, toute somme

$$\sum_{k=1}^{n} f_L(x_k,y_k) f_s(x_k,y_k) = 0, \quad L,S = 0,1,2,\ldots,j-1$$

$$L \neq S$$

s'annule, et on obtient l'expression pour les coefficients

$$\delta_{js} = \frac{\sum_{k=1}^{n} f_i(x_k,y_k)\, f_s(x_k,y_k)\, v_k}{\sum_{k=1}^{n} f_s^2(x_k,y_k)} \qquad (3.10)$$

d'où les coefficients b_{ij} des polynômes orthogonaux (3.3) peuvent être déterminés.

Le programme E204 de la bibliothèque de programmes du CERN (réf.13) est basé sur cette méthode.

Ce programme calcule les quantités suivantes :

1) Les paramètres $\hat{a}_0$, $\hat{a}_1$, ... $\hat{a}_m$ du modèle linéaire estimé (2.2), où les $f_j(x,y)$ sont les polynômes orthogonaux définis par (3.3).

   Le modèle linéaire estimé peut être exprimé par :

$$\hat{H}(x,y) = \hat{a}_0 + \hat{a}_1\{b_{10} + x\} + \hat{a}_2\{b_{20} + b_{21}x + y\} + \cdots + \hat{a}_{19}\{b_{119} + b_{191}x + \cdots + xy^4\} \qquad (3.11)$$

   Dans la table 3.6, qui illustre la solution du problème du professeur E. Poldini, les coefficients $\hat{a}_j$ de (3.11) sont listés sous le titre "Paramètres du modèle orthogonal estimé".

2) Les paramètres

$$\hat{a}'_j = \sum_{i=j}^{19} \hat{a}_i b_{ij} \quad ; \quad b_{ij} = \cdots \qquad (3.12)$$

   sont imprimés sous le titre "Paramètres du modèle non orthogonal" et correspondent aux paramètres $\hat{a}_j$ du modèle (2.2) si au lieu des polynômes orthogonaux, les $f_j(x,y)$ sont définis par les monômes $(x^\alpha y^\beta)$ ordonnés :

$$\hat{H}(x_k,y_k) = \hat{a}'_0 + \hat{a}'_1 x + \hat{a}'_2 y + \ldots + \hat{a}_{m(t)} y^t \qquad (3.13)$$

   où

   $t = 5$ est le degré maximum du polynôme permis par le programme.

3) Les paramètres b_{ij} définissant les polynômes orthogonaux (3.3) sont imprimés sous le titre "Polynôme orthogonal".

4) Le paramètre γ_j - défini par (3.8) - est imprimé sous le titre "Facteur de normalisation".

5) La somme des carrés associés avec chaque polynôme orthogonal d'ordre j. Cette somme des carrés est une mesure d'amélioration de l'approximation et correspond à la contribution, dans la réduction de la somme des carrés des erreurs, du polynôme d'ordre j.

6) Par rapport à chaque inclusion d'un polynôme au modèle linéaire, le programme recherche la valeur maximum du résidu par rapport à chaque point où la propriété géophysique est mesurée, Ce résidu est imprimé ainsi que le numéro de mesure correspondant.

7) Pour tester la signification des polynômes orthogonaux successifs, les valeurs $\hat{t}^2\ (n-j-1) = \hat{F}(1,n-j-1)$ sont imprimées.

Ces quotients sont définis par

$$\hat{F}(1,n-jmax-1) = \frac{\sum_{k=1}^{n} \hat{H}_j^2(x_k,y_k) - \sum_{k=1}^{n} \hat{H}_{j-1}^2(x_k,y_k)}{\left\{\sum_{k=1}^{n} [z'_k - \hat{H}_j(x_k,y_k)]^2\right\}/(n-jmax-1)} \qquad (3.14)$$

où les $\hat{H}_j(x,y)$ sont définis par (3.11) et Z'_k est la valeur de la propriété géophysique mesurée au point (x_k,y_k).

8) La somme des carrés , somme des carrés moyenne ainsi que la racine carrée de cette dernière - écart-type d'estimation-qui correspondent au résidu défini par :

$$\sum_{k=1}^{n} [z'_k - \hat{H}_{jmax}(x_k,y_k)]^2$$

avec degré de liberté (n-jmax -1). jmax est l'ordre maximum du polynôme orthogonal inclus dans le modèle.

Ces quantités sont imprimées sous le titre "Sommes des carrés (résidu)", "Somme des carrés moyenne" et "Ecart type d'estimation" respectivement.

De la réf. 2, p. 564 on trouve que toutes les valeurs de F(1,140-j-1) pour $j = 0,1,\ldots, j_{max} = 19$ sont incluses dans les intervalles :

$$F_{1p} > F(1,140-j-1) > F_{2p}$$

Ces intervalles sont reproduits par la table 3.7.

TABLE 3.7

P	F_1	F_2
0.950	3.92	3.84
0.975	5.15	5.02
0.990	6.85	6.63
0.995	8.18	7.88
0.999	11.38	10.83

En comparant les valeurs de F calculées de la table 3.6 avec les valeurs de F de la table 3.7, on trouve que les polynômes orthogonaux 6,9,10,11,13 et 18 ne sont pas significativement différents de zéro sur le niveau de confiance p = 0.95.

Dans le cas des polynômes orthogonaux dans une variable indépendante x, il est recommandé (réf. 3, p. 239) d'inclure dans le modèle linéaire tout polynôme non significatif jusqu'au polynôme d'ordre j, s'il existe des polynômes significatifs d'ordres j+1 et j+2 où j+1 est un nombre impair.

Dans le cas présent, les polynômes d'ordres 14,15,16,17 et 19 sont significativement différents de zéro, et par conséquent, les polynômes 6,9,10,11 et 13 doivent être inclus dans le modèle linéaire.

Une expérience a cependant été faite en excluant les polynômes non-significatifs. Cette expérience a produit une carte isométrique d'une fidélité (u = 1122) inférieure à la fidélité u = 839.99 du modèle :

TABLE 3.6

MONOME	PARAMETRES DU MODELE NON-ORTHOGONAL	POLYNOME ORTHOGONAL	ORDRE	FACTEUR DE MULTIPLICATION
0	2.3015714E+002	1.0000000E+000	0	1.0000000E+002
0	2.1003483E+002	-1.1527000E+001		
1	1.0024778E+000	1.2000000E+000	1	8.7500000E+001
0	1.2770317E+002	-8.8532000E+001		
1	1.4534026E+000	-1.0000000E+000		
2	1.0000000E+000	1.0000000E+000	2	5.7812500E+001
0	2.0344716E+002	2.0420000E+001		
1	-7.7400513E+001	-2.8000000E+001		
2	1.2734162E+000	-8.7500000E+000		
3	3.9360045E-001	1.0000000E+000	3	2.8125000E+001
0	2.7126516E+002	1.0000000E+000		
1	-2.0000000E+000	-8.8900000E+000		
2	-2.2749853E+000	-1.0000000E+000		
3	3.4099029E-001	-1.0000000E+000		
4	3.4000000E-001	1.0000000E+000	4	1.0000000E+000
0	2.7900377E+002	5.0000000E+001		
1	-1.0000000E+000	8.5200000E+001		
2	-3.5068962E+000	-1.0000000E+000		
3	3.5448600E-001	3.0000000E+000		
4	3.1914707E-001	-1.0000000E+000		
5	1.5600000E-001	1.0000000E+000	5	1.0000000E+000
0	2.8000000E+000	-3.2000000E+000		
1	-1.2400000E+000	3.0000000E+000		
2	-3.4940000E+000	-1.0000000E+000		
3	3.0000000E-001	-3.0000000E+000		
4	3.0000000E-001	-1.0000000E+000		
5	1.0400000E-001	1.0000000E+000		
6	-7.0000000E-001	1.0000000E+000	6	8.8726094E+000
0	2.0000000E+000	-3.0000000E+000		
1	-3.0000000E+000	1.0000000E+000		
2	-2.0000000E+000	2.0000000E+000		
3	3.0000000E-001	-3.0000000E+000		
4	-1.0000000E+000	-2.0000000E+000		
5	1.0000000E-001	-1.0000000E+000		
6	-2.0000000E+000	-1.0000000E+000		
7	2.0000000E+000	1.0000000E+000	7	1.0000000E+000
0	2.0000000E+000	-3.0000000E+000		
1	-9.0000000E+000	4.0000000E+000		
2	-4.0000000E+000	2.0000000E+000		
3	3.0000000E-001	-2.0000000E+000		
4	1.0000000E-001	-1.0000000E+000		
5	4.0000000E-001	-2.0000000E+000		
6	-1.0000000E-001	1.0000000E+000		

MONOME	PARAMETRES DU MODELE NON-ORTHOGONAL	POLYNOME ORTHOGONAL	ORDRE	FACTEUR DE NORMALISATION
7	2.87576666-002	-2.24602477-001		
8	-2.66613980-002	1.00000000+000	8	3.39523363+006
0	2.09219267+002	-3.00002356+002		
1	-9.60821977+000	-2.29101260+000		
2	-1.25167677+001	1.06227136+002		
3	5.24420546-001	-4.19620272-001		
4	1.26296760-001	3.12361267+000		
5	9.69092041-001	-2.50129959+001		
6	-3.23362469-002	-4.46571470-003		
7	2.78173506-002	-4.59603079-002		
8	-2.17151567-002	-2.41375009-003		
9	-2.04463703-002	1.00000000+000	9	1.03706031+006
0	2.83827458+002	4.21604264+003		
1	-4.76696568+000	-3.80134557+003		
2	-1.25816736+001	5.09506299+001		
3	-3.99712411+001	7.21511988+002		
4	1.26758768-001	-5.66206706-001		
5	9.85254860-001	-4.52771203+000		
6	4.72443422-002	-4.71027798+001		
7	2.80079071+002	-8.28352228-001		
8	-2.42492254-002	6.45129937-001		
9	-2.03579440-002	-6.94138875-002		
10	-1.27389139-003	1.00000000+000	10	2.65256364+006
0	2.72871008+002	5.47595639+003		
1	7.09677054-001	-2.73710750+003		
2	-1.14617151+001	-5.09773467+002		
3	-8.90501220-001	2.47791744+002		
4	-5.86431146-001	3.56447261+002		
5	1.04457794+000	-2.96452562+001		
6	5.46106797-002	-3.68164347+000		
7	5.62440494-002	-3.46717060+001		
8	-1.06207924-002	-1.98504406+000		
9	-2.39073555-002	1.77397078+000		
10	-9.77748967-004	-1.63701853-001		
11	-2.00082860-003	1.00000000+000	11	2.12079404+006
0	2.36035187+002	4.75199452+003		
1	7.79210607+000	-9.13665963+002		
2	1.06204296+001	-1.72635822+003		
3	-1.09310491+000	2.07670045+001		
4	-3.24837743+000	3.43402331+002		
5	9.10275491-002	1.22931113+002		
6	3.08599370-002	-3.41726113-001		
7	1.68382361-001	-9.04806199+000		
8	1.56377450-001	-2.20713827+001		
9	-1.29985303-002	-1.40727515+000		
10	-1.64277347-003	8.29469282-002		
11	4.44700211-004	-3.15460642-001		
12	-7.79166124-003	1.00000000+000	12	1.13254312+006

MONOME	PARAMETRES DU MODELE NON-ORTHOGONAL	POLYNOME ORTHOGONAL	ORDRE	FACTEUR DE NORMALISATION
0	2.37051689+002	4.21032752+003		
1	7.73227727+000	-2.47809558+002		
2	1.31463090+000	-2.50920203+003		
3	-1.05173418+000	-2.97919104+000		
4	-3.62128557E+000	1.47129953+002		
5	1.75856159-001	3.48750839+002		
6	5.89070620-002	4.02200041-001		
7	1.66780836-001	1.67532714+000		
8	1.50885417-001	-2.27470701+001		
9	-1.62081490-002	-1.32937343+001		
10	-1.65120307-003	-3.56652073-002		
11	-6.52112130-004	1.12127588-001		
12	-7.61566443-003	-2.65[illegible]-001		
13	2.41430562-004	1.00000000+000	13	6.80[illegible]+001
0	2.57893329+002	1.92185252+003		
1	7.35626246+000	-3.52263019+001		
2	-1.04[illegible]	-1.64[illegible]73+002		
3	-9.30547966-001	1.11748417+001		
4	-3.65[illegible]734+000	-2.71554568+001		
5	4.44404423+000	3.93[illegible]+002		
6	3.48142294+002	-3.95[illegible]-001		
7	1.51444311-001	-1.59919156+000		
8	2.21137854-001	6.47612651+000		
9	-3.92145872-001	-3.40660271+001		
10	-1.[illegible]	6.1[illegible]		
11	6.95005001-004	2.08[illegible]		
12	-7.30748407-003	4.66[illegible]		
13	-2.[illegible]	-2.93133407-001		
14	1.08445575-002	1.00[illegible]	14	3.62[illegible]
0	2.52854503+002	-3.26[illegible]+004		
1	1.34634790+001	3.98[illegible]+004		
2	-1.64[illegible]	1.7[illegible]		
3	-2.68674211+000	-1.10[illegible]		
4	-3.49828394+000	5.68[illegible]		
5	4.[illegible]	-6.41[illegible]		
6	2.[illegible]	1.26[illegible]		
7	1.[illegible]	3.80[illegible]		
8	2.20039796-001	-7.11061284+000		
9	-3.[illegible]	6.98[illegible]		
10	-1.[illegible]	-5.92[illegible]		
11	6.03601025-[illegible]	-5.92397175-001		
12	-7.16572889-003	1.69[illegible]		
13	-2.97776088-003	-2.61[illegible]		
14	1.08097195-002	-2.[illegible]		
15	1.54295091-004	1.00000000+000	15	6.[illegible]
0	2.79332265+002	-3.06[illegible]		
1	-9.31313704+000	3.11[illegible]		
2	-1.9[illegible]	3.[illegible]		
3	1.25685682+000	-3.[illegible]		
4	-5.[illegible]	-4.[illegible]		
5	4.[illegible]	1.[illegible]		

MONOME	PARAMETRES DU MODELE NON-ORTHOGONAL	POLYNOME ORTHOGONAL	ORDRE	FACTEUR DE NORMALISATION
6	3.66902960-002	[illegible]		
7	-3.05186101-001	[illegible]		
8	2.19086562-001	[illegible]		
9	-3.77003098-001	[illegible]		
10	-9.24833540-003	[illegible]		
11	3.44675945-002	[illegible]		
12	[illegible]	[illegible]		
13	[illegible]	[illegible]		
14	1.06377319-002	[illegible]		
15	2.62899792-004	[illegible]		
16	-7.30211883-004	[illegible]	16	0.12674322+004
0	2.58141622+002	[illegible]		
1	2.79885168-001	1.52267038+004		
2	-1.19474296+001	[illegible]		
3	4.67209121-001	[illegible]		
4	[illegible]	[illegible]		
5	[illegible]	-4.31495848+002		
6	[illegible]	[illegible]		
7	[illegible]	[illegible]		
8	[illegible]	[illegible]		
9	[illegible]	-4.52396590+001		
10	[illegible]	[illegible]		
11	[illegible]	-6.41821952+000		
12	-2.71172589-002	-3.41661757+001		
13	[illegible]	[illegible]		
14	[illegible]	1.87911603+000		
15	3.00580663-004	7.56926910-002		
16	-9.16641947-004	[illegible]		
17	[illegible]	1.00000000+000	17	3.71371384+004
0	2.38873003+002	-2.90361590+004		
1	[illegible]	[illegible]		
2	1.56467943-001	[illegible]		
3	3.53953021-001	[illegible]		
4	-6.31529981+000	-3.38727492+003		
5	2.10133160+000	[illegible]		
6	[illegible]	-2.10119108+000		
7	[illegible]	[illegible]		
8	8.08945174-001	[illegible]		
9	-3.15104632-001	[illegible]		
10	-9.48952881-003	[illegible]		
11	3.10400136-002	[illegible]		
12	-3.08355649-002	-1.46483667+001		
13	[illegible]	[illegible]		
14	[illegible]	[illegible]		
15	2.66933122-004	-5.07168138-002		
16	[illegible]	[illegible]		
17	3.40980539-004	[illegible]		
18	6.03439561-004	1.00000000+000	18	[illegible]
0	[illegible]	[illegible]		
1	2.23336248+000	[illegible]		
2	-2.63814685+001	[illegible]		

MONOME	PARAMETRES DU MODELE NON-ORTHOGONAL	POLYNOME ORTHOGONAL	ORDRE	FACTEUR DE NORMALISATION
3	4.29470E-001	-6.74627532E+001		
4	-4.93677455+000	-1.27970051+000		
5	6.44592392E+000	-5.66789420+003		
6	3.86055252E-002	1.10427710+001		
7	-1.54203210-002	-2.19734029+001		
8	4.47789454-001	3.22605363D+002		
9	-8.05170243-001	4.91442366+002		
10	-8.73585481-003	-9.73209042-001		
11	3.14[illegible]-002	-3.80436490[illegible]-001		
12	-4.2[illegible]-002	4.[illegible]5422+000		
13	1.45163319-002	-3.14[illegible]+001		
14	2.65787088-002	1.[illegible]		
15	2.[illegible]	1.[illegible]		
16	-7.[illegible]	-3.[illegible]		
17	2.[illegible]	6.[illegible]		
18	9.7937947[illegible]-004	-2.[illegible]		
19	-1.[illegible]	1.[illegible]	14	1.[illegible]+004

ORDRE J POLYNOME ORTHOGONAL	SOMME DES CARRES	VALEUR DE F	PARAMETRES DU MODELE ORTHOGONAL	VALEUR MAXIMALE	DE
0	7.41612+006	1.98497+004	2.30137+002	6.56429+001	1.37
1	1.79134+004	4.79461+001	1.62378+000	6.82966+001	1.37
2	8.70637+003	2.33[illegible]+001	1.[illegible]+000	6.57582+001	1.[illegible]
3	4.0[illegible]	1.[illegible]+002	3.[illegible]+001	7.17619+001	[illegible]
4	2.00533+004	5.36[illegible]+001	3.40[illegible]+001	7.19055+001	[illegible]
5	1.8[illegible]+003	5.[illegible]+000	1.[illegible]+001	6.49372+001	[illegible]
6	4.[illegible]	1.[illegible]	[illegible]	6.[illegible]+001	[illegible]
7	3.[illegible]	8.13[illegible]+000	2.[illegible]	6.[illegible]+001	[illegible]
8	2.41343+003	6.45[illegible]+000	-2.[illegible]	6.[illegible]+001	[illegible]
9	6.81713+002	1.[illegible]	[illegible]	6.[illegible]+001	[illegible]
10	4.30433+002	1.15208+000	-1.[illegible]	7.[illegible]+001	[illegible]
11	8.11356+002	2.[illegible]	-2.[illegible]	6.99277+001	[illegible]
12	6.80525+003	1.[illegible]	-7.[illegible]	5.53408+001	[illegible]
13	4.[illegible]	1.[illegible]	2.[illegible]	5.53988+001	[illegible]
14	3.85885+003	1.[illegible]	1.[illegible]	5.10395+001	1.[illegible]
15	1.[illegible]	4.07698-001	1.[illegible]	5.05114+001	1.[illegible]
16	3.26364+003	8.73530+000	-7.30212-[illegible]	5.88997+001	[illegible]
17	1.47363+003	3.94425+000	6.29927-[illegible]	6.04209+001	[illegible]
18	9.93177+002	2.65829+000	6.[illegible]	6.55193+001	[illegible]
19	1.67408+003	4.48077+000	-1.[illegible]	6.31248+001	[illegible]

DEGRE DE LIBERTE	SOMME DES CARRES (RESIDU)	SOMME DES CARRES MOYENNE	
120	4.[illegible]	3.[illegible]	1.[illegible]

ESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z [illegible]	Z ESTI [illegible]	[illegible]
1	1.00000+000	1.00000+000	2.[illegible]	[illegible]	[illegible]
2	1.[illegible]	2.[illegible]	2.[illegible]	[illegible]	[illegible]
3	1.00000+000	3.00000+000	2.30000+002	[illegible]	2.24[illegible]
4	1.[illegible]	[illegible]	2.[illegible]	[illegible]	1.02415+00
5	1.00000+000	5.[illegible]	2.[illegible]	[illegible]	6.74679+00
6	1.00000+000	6.[illegible]	[illegible]	[illegible]	-6.57077+00
7	1.00000+000	7.[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
8	1.00000+000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
9	1.00000+000	9.00000+000	2.[illegible]	[illegible]	[illegible]
10	1.00000+000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
11	1.00000+000	1.10000+001	2.[illegible]	[illegible]	[illegible]
12	1.[illegible]	1.20000+001	2.[illegible]	[illegible]	[illegible]
13	1.[illegible]	1.30000+001	2.[illegible]	[illegible]	-1.20196+00
14	1.00000+000	1.40000+001	1.[illegible]	[illegible]	1.74309+00
15	1.00000+000	1.[illegible]	2.[illegible]	[illegible]	5.04249+00
16	1.[illegible]	1.60000+001	[illegible]	[illegible]	[illegible]
17	1.[illegible]	1.70000+001	2.[illegible]	[illegible]	[illegible]
18	[illegible]	1.[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
19	4.10000+000	2.00000+000	2.[illegible]	[illegible]	-2.[illegible]
20	4.[illegible]	3.[illegible]	2.[illegible]	[illegible]	1.[illegible]
21	4.10000+000	4.00000+000	2.[illegible]	2.[illegible]	[illegible]
22	4.10000+000	5.00000+000	2.[illegible]	2.[illegible]	[illegible]
23	4.10000+000	6.00000+000	[illegible]	[illegible]	[illegible]
24	4.10000+000	7.00000+000	2.16000+002	[illegible]	-6.[illegible]
25	4.10000+000	[illegible]	2.[illegible]	[illegible]	1.[illegible]
26	[illegible]	[illegible]	2.[illegible]	[illegible]	[illegible]
27	4.10000+000	1.[illegible]	2.[illegible]	[illegible]	[illegible]
28	4.10000+000	1.[illegible]	2.48000+002	[illegible]	[illegible]
29	4.10000+000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
30	4.10000+000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
31	4.10000+000	1.40000+001	1.[illegible]	[illegible]	[illegible]
32	4.10000+000	[illegible]	2.[illegible]	[illegible]	[illegible]
33	4.10000+000	1.60000+001	2.[illegible]	[illegible]	1.21020+00
34	4.10000+000	1.70000+001	2.46000+002	[illegible]	[illegible]
35	7.[illegible]	1.00000+000	2.46000+002	[illegible]	[illegible]
36	7.20000+000	[illegible]	2.24000+002	[illegible]	[illegible]
37	7.20000+000	3.00000+000	2.16000+002	[illegible]	[illegible]
38	7.20000+000	4.00000+000	2.14000+002	[illegible]	[illegible]
39	7.20000+000	5.00000+000	1.96000+002	[illegible]	[illegible]
40	[illegible]	6.00000+000	1.[illegible]	[illegible]	[illegible]
41	7.[illegible]	7.00000+000	1.[illegible]	[illegible]	[illegible]
42	7.20000+000	8.00000+000	[illegible]	[illegible]	[illegible]
43	7.20000+000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
44	7.20000+000	[illegible]	1.[illegible]	[illegible]	[illegible]
45	7.20000+000	1.10000+001	1.[illegible]	[illegible]	[illegible]
46	7.20000+000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
47	7.20000+000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
48	7.20000+000	1.40000+001	[illegible]	[illegible]	[illegible]
49	7.20000+000	1.50000+001	1.[illegible]	[illegible]	6.02120+00
50	[illegible]	[illegible]	1.[illegible]	[illegible]	1.[illegible]

ESURE	COORDONNEE X	[illegible]
51	[illegible]	[illegible]
52	1.03000+001	[illegible]
53	[illegible]	[illegible]
54	1.03000+001	[illegible]
55	1.03000+001	[illegible]
56	1.03000+001	[illegible]
57	1.03000+001	[illegible]
58	1.03000+001	[illegible]
59	1.03000+001	[illegible]
60	1.03000+001	[illegible]
61	1.03000+001	[illegible]
62	1.03000+001	[illegible]
63	1.03000+001	[illegible]
64	1.03000+001	[illegible]
65	1.03000+001	[illegible]
66	1.03000+001	[illegible]
67	1.03000+001	[illegible]
68	1.03000+001	[illegible]
69	1.34000+001	[illegible]
70	1.34000+001	[illegible]
71	1.34000+001	[illegible]
72	1.34000+001	[illegible]
73	1.34000+001	[illegible]
74	1.34000+001	[illegible]
75	1.34000+001	[illegible]
76	1.34000+001	[illegible]
77	1.34000+001	[illegible]
78	1.34000+001	[illegible]
79	1.34000+001	[illegible]
80	1.34000+001	[illegible]
81	1.34000+001	[illegible]
82	1.34000+001	[illegible]
83	1.34000+001	[illegible]
84	1.34000+001	[illegible]
85	1.34000+001	[illegible]
86	1.34000+001	[illegible]
87	1.34000+001	[illegible]
88	1.65000+001	[illegible]
89	1.65000+001	[illegible]
90	1.65000+001	[illegible]
91	1.65000+001	[illegible]
92	1.65000+001	[illegible]
93	1.65000+001	[illegible]
94	1.65000+001	[illegible]
95	1.65000+001	[illegible]
96	1.65000+001	[illegible]
97	1.65000+001	[illegible]
98	1.65000+001	[illegible]
99	1.65000+001	[illegible]
100	1.65000+001	[illegible]
101	1.65000+001	[illegible]
102	1.65000+001	[illegible]
103	1.65000+001	[illegible]
104	1.65000+001	[illegible]
105	1.65000+001	[illegible]

SURF	COORDONNEE X				
106	1.96000+001				
107	1.96000+001				
108	1.96000+001				
109	1.96000+001				
110	1.96000+001				
111	1.96000+001				
112	1.96000+001				
113	1.96000+001				
114	1.96000+001				
115	1.96000+001				
116	1.96000+001				
117	1.96000+001				
118	1.96000+001				
119	1.96000+001				
120	1.96000+001				
121	1.96000+001				
122	1.96000+001				
123	1.96000+001				
124	1.96000+001				
125	1.96000+001				
126	1.96000+001				
127	2.27000+001				
128	2.27000+001				
129	2.27000+001				
130	2.27000+001				
131	2.27000+001				
132	2.27000+001				
133	2.27000+001				
134	2.27000+001				
135	2.27000+001				
136	2.27000+001				
137	2.27000+001				
138	2.27000+001				
139	2.27000+001				
140	2.27000+00				

$$\hat{H}(x,y) = 230.157 + 1.6237f_1(x,y) + 1.5586f_2(x,y)$$
$$+ 0.3936f_3(x,y) + [illegible]f_4(x,y)$$
$$+ 0.1560f_5(x,y) - 0.007221f_6(x,y)$$
$$+ 0.02276f_7(x,y) - 0.02666f_8(x,y)$$
$$- 0.02044f_9(x,y) - [illegible]f_{10}(x,y)$$
$$- 0.002000f_{11}(x,y) - [illegible]f_{12}(x,y)$$
$$+ 0.0002414f_{13}(x,y) + 0.01084f_{14}(x,y)$$
$$+ 0.0001542f_{15}(x,y) - [illegible]f_{16}(x,y)$$
$$+ 0.0006299f_{17}(x,y) + 0.0006634f_{18}(x,y)$$
$$- 0.001119f_{19}(x,y)$$

où les $f_j(x,y)$ sont les polynômes orthogonaux d'ordre j. Les 3 premiers sont :

$f_0(x,y) = 1.0000$

$f_1(x,y) = -11.8942857 + x$

$f_2(x,y) = -8.39063233 - 0.105882701\ x + y$

$f_3(x,y) = 94.5274714 - 23.3742461\ x - 0.672132291\ y + x^2$

La carte isométrique correspondant à ce modèle est la carte No 3 de l'appendice II. Le calcul a pris 27min.19sec.

Expérience

Deux expériences ont été faites en utilisant les polynômes orthogonaux jusqu'à l'ordre 19 - ce nombre étant l'ordre maximum permis par le programme E204 -

Les résultats sont reproduits par la table 3.6.1

TABLE 3.6.1

Expérience	nombre des données	Ecart-type d'estimation	Indice de fidélité	Temps de calcul
3.1	196	21.1036	471.51	27min.37sec.
3.2	255	21.429	462.71	27min.04sec.

Les données utilisées sont contenues dans les tables 7 et 8 de l'appendice I.

MODELE 4

A l'aide des polynômes orthogonaux

$$f_j(x,y) = b_{j0} + \cdots + b_{jL} x^{\alpha+\beta} + b_{jL+1} x^{\alpha+\beta+1} y + \cdots + b_{jL+\beta-1} x^{\alpha+1} y^{\beta-1} + b_{jL+\beta} x^{\alpha} y^{\beta}$$

le modèle linéaire

$$H(x,y) = a_0 f_0(x,y) + a_1 f_1(x,y) + \ldots + a_m f_m(x,y)$$

correspond à un polynôme de degré $(\alpha+\beta)$ en x et y. Les polynômes successifs de $f_j(x,y)$ sont orthogonaux par rapport aux points de mesures, quelle que soit la distribution de ces points dans la région.

Cependant, si les points de mesures constituent un quadrillage régulier - où les intervalles équidistants en x et y ne doivent pas être nécessairement égaux - chaque polynôme orthogonal $f_j(x,y)$ de degré $(\alpha+\beta)$ peut être exprimé sous forme

$$f_j(x,y) = g_\alpha(x)\, g_\beta(y) \qquad (3.16)$$

où $g_\alpha(x)$ est un polynôme de degré α en x et $g_\beta(y)$ est de degré β en y.

Supposons que le polynôme orthogonal $f_i(x,y)$ soit de degré (s+t) - $s \neq \alpha$, $t \neq \beta$ - et soient (2nx+1) et 2ny+1) le nombre des mesures le long de coordonnées géographiques x et y. L'orthogonalité entre $f_i(x,y)$ et $f_j(x,y)$ implique que :

$$\sum_{K=-nx}^{nx} \sum_{L=-ny}^{ny} f_i(x_K, y_L)\, f_j(x_K, y_L) = \sum_{K=-nx}^{nx} \sum_{L=-ny}^{ny} g_s(x_K)\, g_t(y_L)\, g_\alpha(x_K)\, g_\beta(y_L)$$

$$= \left[\sum_{K=-nx}^{nx} g_s(x_K)\, g_\alpha(x_K) \right] \left[\sum_{L=-ny}^{ny} g_t(y_L)\, g_\beta(y_L) \right] = 0$$

qui implique que l'un ou l'autre des termes de ce produit doit s'annuler. Par induction on peut montrer en fait que les deux produits sont nuls :

./.

$$\sum_{k=-n_x}^{n_x} g_s(x_k)\, g_\alpha(x_k) = 0 \,, \quad s \neq \alpha$$

$$\sum_{l=-n_y}^{n_y} g_t(y_l)\, g_\beta(y_l) = 0 \,, \quad t \neq \beta \qquad (3.17)$$

c'est à dire que les fonctions $g_\alpha(x)$ et $g_\beta(y)$ doivent satisfaire les conditions d'orthogonalité par rapport aux coordonnées géographiques x et y séparément.

Remarquons encore en passant que la séparation des deux sommes est possible grâce à l'intervalle régulier des points de mesures.

Les polynômes $g_\alpha(x)$ et $g_\beta(y)$ peuvent être définis de plusieurs manières - par exemple par la méthode de FORSITHE - mais ici, nous considérerons les fonctions trigonométriques. Le choix des fonctions trigonométriques est basé sur le théorème suivant

THEOREME DE FOURIER

Toute fonction continue dans un intervalle peut être uniformément approximée par une série de fonctions trigonométriques dont les fréquences sont les multiples entiers de la fréquence fondamentale qui est la plus basse.

Supposons qu'on effectue $(2n_x+1)(2n_y+1)$ nombre de mesures à intervalle régulier, où $(2n_x+1)$ et $(2n_y+1)$ sont les nombres impairs de mesures le long des coordonnées geographiques x et y.

Exprimons l'angle α_j de la fonction

$$g(\alpha_j) = g_j(\alpha) = a_j \cos\alpha_j + b_j \sin\alpha_j$$

en unité de j fois la fréquence fondamentale, $\frac{1}{2\pi j}$

Par la substitution

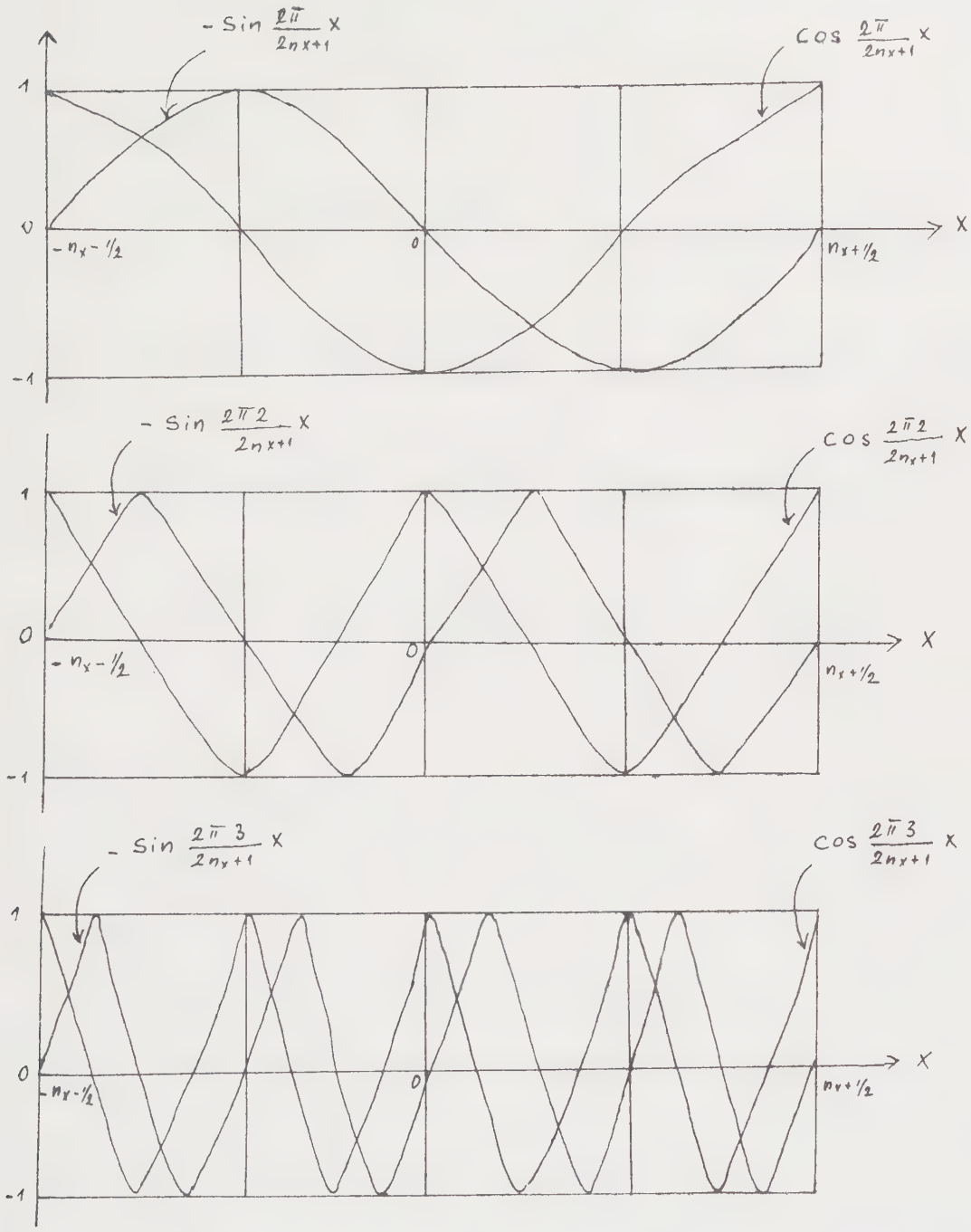
$$\frac{\alpha_j}{2\pi j} = \frac{x}{2n_x+1}$$ on obtient

$$g_j(x) = a_j \cos\frac{2\pi j x}{2n_x+1} + b_j \sin\frac{2\pi j x}{2n_x+1} \qquad \begin{matrix} j = 0, 1, 2, \cdots \\ x = -n_x, -n_x+1, \cdots, n_x \end{matrix} \qquad (3.18)$$

Similairement

$$g_i(y) = \alpha_i \cos\frac{2\pi i y}{2n_y+1} + \beta_i \sin\frac{2\pi i y}{2n_y+1} \qquad \begin{matrix} i = 0, 1, 2, \cdots \\ y = -n_y, -n_y+1, \cdots, n_y \end{matrix} \qquad (3.19)$$

Les composantes de sinus et cosinus des fonctions $g_1(x)$, $g_2(x)$ et $g_3(x)$ sont représentées sur les figures ci-dessous.



Les figures représentent les fonctions trigonométriques de fréquence $\frac{1}{2n_x+1}$, $\frac{2}{2n_x+1}$ et $\frac{3}{2n_x+1}$, où la première est appelée fréquence fondamentale.

./.

La condition d'orthogonalité

$$\sum_{x=-n_x}^{n_x} g_1(x)\, g_2(x) = \sum_{x=-n_x}^{n_x} \left[a_1 \cos\frac{2\pi x}{2n_x+1} + b_1 \sin\frac{2\pi x}{2n_x+1}\right]\left[a_2 \cos\frac{2\pi 2x}{2n_x+1} + b_2 \sin\frac{2\pi 2x}{2n_x+1}\right]$$

$$= 0$$

implique que

$$\sum_{x=-n_x}^{n_x} a_1 a_2 \cos\frac{2\pi x}{2n_x+1}\cos\frac{2\pi 2x}{2n_x+1} = \frac{a_1 a_2}{2}\sum_{x=-n_x}^{n_x}\left\{\cos\frac{2\pi(2+1)}{2n_x+1}x + \cos\frac{2\pi(1-2)}{2n_x+1}x\right\} = 0$$

$$\sum_{x=-n_x}^{n_x} a_1 b_2 \cos\frac{2\pi x}{2n_x+1}\sin\frac{2\pi 2x}{2n_x+1} = \frac{a_1 b_2}{2}\sum_{x=-n_x}^{n_x}\left\{\sin\frac{2\pi(2+1)}{2n_x+1}x + \sin\frac{2\pi(2-1)}{2n_x+1}x\right\} = 0$$

$$\sum_{x=-n_x}^{n_x} b_1 a_2 \sin\frac{2\pi x}{2n_x+1}\cos\frac{2\pi 2x}{2n_x+1} = \frac{b_1 a_2}{2}\sum_{x=-n_x}^{n_x}\left\{\sin\frac{2\pi(1+2)}{2n_x+1}x + \sin\frac{2\pi(1-2)}{2n_x+1}x\right\} = 0$$

$$\sum_{x=-n_x}^{n_x} b_1 b_2 \sin\frac{2\pi x}{2n_x+1}\sin\frac{2\pi 2x}{2n_x+1} = \frac{b_1 b_2}{2}\sum_{x=-n_x}^{n_x}\left\{\cos\frac{2\pi(1-2)}{2n_x+1}x - \cos\frac{2\pi(1+2)}{2n_x+1}x\right\} = 0$$

où $\cos\frac{2\pi(1-2)}{2n_x+1}x = \cos\frac{2\pi}{2n_x+1}x$ est une fonction paire, et $\sin\frac{2\pi(1-2)}{2n_x+1}x = -\sin\frac{2\pi}{2n_x+1}x$ est une fonction impaire.

L'orthogonalité de quatre produits est illustrée par les figures.

Les arguments similaires démontrent que les $g_j(x)$ et $g_i(y)$ constituent deux systèmes orthogonaux par rapport aux points de mesures équidistants en x et y.

La somme trigonométrique qui remplace la série de Fourier dans le cas de mesures équidistantes le long de coordonnées géographiques x , est donnée par la réf. 14, p. 293.

$$\sum_{j=1}^{2n_x+1} g_j(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{2n_x+1}\left(a_j \cos\frac{2\pi j}{2n_x+1}x + b_j \sin\frac{2\pi j}{2n_x+1}x\right) \qquad (3.20)$$

Similairement, le long de coordonnées géographiques y :

$$\sum_{i=1}^{2n_y+1} g_i(y) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{i=1}^{2n_y+1}\left(\alpha_i \cos\frac{2\pi i}{2n_y+1}y + \beta_i \sin\frac{2\pi i}{2n_y+1}y\right) \qquad (3.21)$$

Le produit de ces deux espressions :

$$H(x,y) = \frac{a_o + a_o}{2} + \sum_{i=1}^{2n_y+1} \sum_{j=1}^{2n_x+1} g_i(y)\, g_j(x) \qquad (3.22)$$

définit le modèle linéaire en forme d'une double somme de Fourier. En cas de mesures non équidistantes, les formules simples (réf. 14, p. 293; réf. 8) - basées sur les conditions d'orthogonalité (3.17) - définissant les paramètres dans (3.22) ne peuvent pas être appliquées. Si au lieu de (3.19) et (3.18), $g_i(y)$ et $g_j(x)$ sont définis par :

$$g_i(y_k) = \alpha_i \cos \frac{\pi(i-1)\{y_{max} - y_k\}}{y_f} + \beta_i \sin \frac{\pi(i-1)\{y_{max} - y_k\}}{y_f} \qquad (3.23)$$

$$g_j(x_k) = a'_j \cos \frac{\pi(j-1)\{x_{max} - x_k\}}{x_f} + b_j \sin \frac{\pi(j-1)\{x_{max} - x_k\}}{x_f} \qquad (3.24)$$

- où y_{max} et x_{max} sont les valeurs maximales des coordonnées géophysiques y et x, et $\frac{1}{y_f}$, $\frac{1}{x_f}$ définissent les fréquences fondamentales - alors le modèle linéaire devient :

$$H(x_k, y_k) = a_o + \sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} g_i(y_k)\, g_j(x_k) \qquad (3.25)$$

$$= a_o + \sum_{L=1}^{n_i \times n_j} \sum_{s=1}^{4} a_{(L-1)+s}\, f_{(L-1)+s}(x_k, y_k)$$

$$= a_o + \sum_{L=1}^{n_i \times n_j} \Big[a_{(L-1)+1} \sin \frac{\pi(i_L - 1)\{y_{max} - y_k\}}{y_f} \sin \frac{\pi(j_L - 1)\{x_{max} - x_k\}}{x_f}$$

$$+ a_{(L-1)+2} \sin \frac{\pi(i_L - 1)\{y_{max} - y_k\}}{y_f} \cos \frac{\pi(j_L - 1)\{x_{max} - x_k\}}{x_f}$$

$$+ a_{(L-1)+3} \cos \frac{\pi(i_L - 1)\{y_{max} - y_k\}}{y_f} \sin \frac{\pi(j_L - 1)\{x_{max} - x_k\}}{x_f}$$

$$+ a_{(L-1)+4} \cos \frac{\pi(i_L - 1)\{y_{max} - y_k\}}{y_f} \cos \frac{\pi(j_L - 1)\{x_{max} - x_k\}}{x_f} \Big]$$

où n_i et n_j sont les nombres des termes harmoniques dans la direction y et x respectivement.

Le problème d'estimation des $(4 \times n_i \times n_j + 1)$ paramètres de (3.25) aboutit au système linéaire (2.9) qui définit les $\hat{a}_{(l-1)+s}$ à l'aide des équations normales.

Grâce à une sous-routine, incluse dans le programme FERKO, les paramètres significatifs de (3.25) peuvent être estimés par l'application de l'algorithme d'Efroymson.

La définition (3.25) étant indépendante de la configuration géométrique des points de mesure, le programme FERKO traite également les problèmes d'estimation associés aux points de mesure disposés sur les mailles rectangulaires. La table 3.8 illustre la solution du problème du professeur E. Poldini. Les paramètres listés au pas 17 correspondent aux paramètres du modèle linéaire d'optimum :

$$\begin{aligned}\hat{H}(x_k,y_k) = {} & 225.221 + 13.7435 f_8(x_k,y_k) + 11.1178 f_{24}(x_k,y_k) \\ & - 63.2480 f_{25}(x_k,y_k) + 22.0497 f_{28}(x_k,y_k) + 15.0363 f_{35}(x_k,y_k) \\ & + 19.4902 f_{37}(x_k,y_k) - 9.4863 f_{51}(x_k,y_k) + 62.4668 f_{59}(x_k,y_k) \\ & + 9.8694 f_{60}(x_k,y_k) - 15.4632 f_{62}(x_k,y_k) - 78.6577 f_{77}(x_k,y_k) \\ & - 8.4029 f_{79}(x_k,y_k) - 5.6475 f_{88}(x_k,y_k) + 4.8193 f_{90}(x_k,y_k) \\ & - 6.7410 f_{95}(x_k,y_k) + 12.9405 f_{98}(x_k,y_k) - 49.9405 f_{99}(x_k,y_k)\end{aligned}$$

qui a été trouvé sur 100 termes trigonométriques mis en concurrence.

A l'aide de la définition (3.25) et l'impression "IDENTIFICATION DES FONCTIONS TRIGONOMETRIQUES" les $f_j(x_k,y_k)$ prennent les formes explicites :

$$f_8(x_k,y_k) = \cos\frac{\pi(1-1)\{19-y_k\}}{18}\cos\frac{\pi(2-1)\{22.7-x_k\}}{21.7}$$

$$f_{24}(x_k,y_k) = \cos\frac{\pi(2-1)\{19-y_k\}}{18}\cos\frac{\pi(1-1)\{22.7-x_k\}}{21.7}$$

$$f_{25}(x_k,y_k) = \sin\frac{\pi(2-1)\{19-y_k\}}{18}\sin\frac{\pi(2-1)\{22.7-x_k\}}{21.7}$$

$$f_{28}(x_k,y_k) = \cos\frac{\pi(2-1)\{19-y_k\}}{18}\cos\frac{\pi(2-1)\{22.7-x_k\}}{21.7}$$

$$f_{35}(x_k,y_k) = \cos\frac{\pi(2-1)\{19-y_k\}}{18}\sin\frac{\pi(4-1)\{22.7-x_k\}}{21.7}$$

$$f_{37}(x_k,y_k) = \sin\frac{\pi(2-1)\{19-y_k\}}{18}\sin\frac{\pi(5-1)\{22.7-x_k\}}{21.7}$$

$$f_{51}(x_k,y_k) = \cos\frac{\pi(3-1)\{19-y_k\}}{18}\sin\frac{\pi(3-1)\{22.7-x_k\}}{21.7}$$

$$f_{59}(x_k,y_k) = \cos\frac{\pi(3-1)\{19-y_k\}}{18}\sin\frac{\pi(5-1)\{22.7-x_k\}}{21.7}$$

$$f_{60}(x_k,y_k) = \cos\frac{\pi(3-1)\{19-y_k\}}{18}\cos\frac{\pi(5-1)\{22.7-x_k\}}{21.7}$$

$$f_{62}(x_k,y_k) = \sin\frac{\pi(4-1)\{19-y_k\}}{18}\cos\frac{\pi(1-1)\{22.7-x_k\}}{21.7}$$

$$f_{77}(x_k,y_k) = \sin\frac{\pi(4-1)\{19-y_k\}}{18}\sin\frac{\pi(5-1)\{22.7-x_k\}}{21.7}$$

$$f_{79}(x_k,y_k) = \cos\frac{\pi(4-1)\{19-y_k\}}{18}\sin\frac{\pi(5-1)\{22.7-x_k\}}{21.7}$$

$$f_{88}(x_k,y_k) = \cos\frac{\pi(5-1)\{19-y_k\}}{18}\cos\frac{\pi(2-1)\{22.7-x_k\}}{21.7}$$

$$f_{q0}(x_k, y_k) = \sin \frac{\pi(5-1)\{19 - y_k\}}{18} \cos \frac{\pi(3-1)\{22.7 - x_k\}}{21.7}$$

$$f_{q5}(x_k, y_k) = \cos \frac{\pi(5-1)\{19 - y_k\}}{18} \sin \frac{\pi(4-1)\{22.7 - x_k\}}{21.7}$$

$$f_{q8}(x_k, y_k) = \sin \frac{\pi(5-1)\{19 - y_k\}}{18} \cos \frac{\pi(5-1)\{22.7 - x_k\}}{21.7}$$

$$f_{qq}(x_k, y_k) = \cos \frac{\pi(5-1)\{19 - y_k\}}{18} \sin \frac{\pi(5-1)\{22.7 - x_k\}}{21.7}$$

où les fréquences fondamentales dans les directions x et y sont respectivement

$x_f = (xmax - xmin) = (22.7-1) = 21.7$

$y_f = (ymax - ymin) = (19-1) = 18$

La carte isométrique correspondante est la carte No 4, qui produit un indice de fidélité égale à 570.07.

Le calcul a pris 11min.16sec.

TABLE 3,8

PAS 1

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
25	-5.47244+001	7,84015+000
CONSTANTE	2,49938+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF, DE CORRELATION MULTIPLE
25	48,72073	29,22777	2,60928-001

ANALYSE DE VARIANCE

D, LIBERTE NUMERATEUR	D, LIBERTE DENOMINATEUR	S, DES CARRES (REGRESSION	S, DES CARRES (RESIDU)	S, DES CARRES MOYENNE(REG)	S, DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
1	138	4,1620+004	1,1789+005	4,1620+004	8,5426+002	4,8721+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	1,843-001	3,332-001	0,000+000
FONCTION	10	11	12	13	14	15	16	17	18
CORRELATION	0,000+000	2,223-001	1,619-001	0,000+000	0,000+000	2,148-002	6,712-002	0,000+000	0,000+000
FONCTION	19	20	21	22	23	24	26	27	28
CORRELATION	2,017-002	9,497-002	0,000+000	1,476-001	0,000+000	3,099-001	3,364-001	2,015-001	3,665-001
FONCTION	29	30	31	32	33	34	35	36	37
CORRELATION	2,663-001	1,643-001	2,575-001	2,002-001	1,083-001	2,366-002	2,845-001	7,986-002	3,128-002
FONCTION	38	39	40	41	42	43	44	45	46
CORRELATION	1,206-003	1,155-001	6,545-002	0,000+000	2,278-001	0,000+000	1,959-001	1,722-001	3,087-001
FONCTION	47	48	49	50	51	52	53	54	55
CORRELATION	2,318-001	8,904-002	2,043-001	1,091-001	1,427-001	1,462-002	2,219-001	1,076-001	1,857-001
FONCTION	56	57	58	59	60	61	62	63	64
CORRELATION	7,760-002	1,472-001	1,019-001	4,009-002	1,686-001	0,000+000	2,485-001	0,000+000	3,403-002
FONCTION	65	66	67	68	69	70	71	72	73
CORRELATION	2,626-001	7,808-002	3,316-002	3,607-002	1,050-002	4,054-002	1,256-002	9,710-002	9,744-002
FONCTION	74	75	76	77	78	79	80	81	82
CORRELATION	8,839-002	1,058-002	8,726-002	1,398-002	8,548-002	1,151-001	1,342-001	0,000+000	1,095-001
FONCTION	83	84	85	86	87	88	89	90	91
CORRELATION	0,000+000	1,742-001	1,058-002	9,993-002	1,690-001	1,014-001	8,845-002	1,379-001	3,770-002
FONCTION	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CORRELATION	3,972-002	7,302-003	3,375-002	6,501-002	8,837-002	7,710-002	1,733-001	1,013-001	1,044-001

PAS 2

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
25	-4,94032+001	7,18303+000
28	2,45138+001	4,44431+000
CONSTANTE	2,46417+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF. DE CORRELATION MULTIPLE
28	30,42380	26,53546	3,95230+001

ANALYSE DE VARIANCE

D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
2	137	6,3043+004	9,6466+004	3,1521+004	7,0413+002	4,4766+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	1,744-001	3,389-001	0,000+000
FONCTION	10	11	12	13	14	15	16	17	18
CORRELATION	0,000+000	2,485-001	1,590-001	0,000+000	0,000+000	3,294-002	4,359-002	0,000+000	0,000+000
FONCTION	19	20	21	22	23	24	26	27	29
CORRELATION	2,686-002	8,311-002	0,000+000	2,055-001	0,000+000	2,928-001	3,302-001	1,720-001	2,688-001
FONCTION	30	31	32	33	34	35	36	37	38
CORRELATION	2,199-001	2,326-002	2,161-001	1,314-001	1,494-002	2,621-001	3,039-002	3,314-002	1,062-002
FONCTION	39	40	41	42	43	44	45	46	47
CORRELATION	2,938-002	3,273-002	0,000+000	2,330-001	0,000+000	2,309-001	1,659-001	7,497-004	2,167-001
FONCTION	48	49	50	51	52	53	54	55	56
CORRELATION	7,401-002	3,118-002	1,250-003	3,068-001	9,353-002	2,193-001	5,570-002	2,681-001	5,448-002
FONCTION	57	58	59	60	61	62	63	64	65
CORRELATION	7,925-002	8,516-002	3,273-002	3,283-001	0,000+000	2,871-001	0,000+000	1,068-002	2,836-001
FONCTION	66	67	68	69	70	71	72	73	74
CORRELATION	6,588-002	5,876-002	5,218-003	1,371-002	1,428-002	1,755-002	9,733-002	9,580-002	6,483-002
FONCTION	75	76	77	78	79	80	81	82	83
CORRELATION	3,409-002	6,380-002	1,165-002	6,356-002	1,181-001	1,546-001	0,000+000	1,150-001	0,000+000
FONCTION	84	85	86	87	88	89	90	91	92
CORRELATION	1,355-001	2,636-003	1,084-002	1,576-001	7,296-002	9,348-003	1,351-001	4,706-003	8,700-002
FONCTION	93	94	95	96	97	98	99	100	
CORRELATION	1,182-003	3,399-002	8,494-002	2,774-002	1,647-001	1,984-001	9,480-002	8,212-002	

PAS 3

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
8	1.54295+001	2.73294+000
25	-4.91143+001	6.48917+000
28	2.48596+001	4.01535+000
CONSTANTE	2.46119+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF. DE CORRELATION MULTIPLE
8	31.87474	23.97145	5.10059-001

ANALYSE DE VARIANCE

D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
3	136	8.1359+004	7.8150+004	2.7120+004	5.7463+002	4.7195+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	9	10
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	1,945-001	0,000+000	0,000+000
FONCTION	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CORRELATION	1,613-003	1,719-001	0,000+000	0,000+000	2,500-002	1,898-002	0,000+000	0,000+000	5,073-002
FONCTION	20	21	22	23	24	26	27	29	30
CORRELATION	9,915-002	0,000+000	2,218-001	0,000+000	2,513-001	5,655-002	1,567-001	6,361-002	2,335-001
FONCTION	31	32	33	34	35	36	37	38	39
CORRELATION	8,676-004	1.773-001	1.334-001	4,803-002	2,478-001	1,148-002	3,417-002	1,738-002	3,367-002
FONCTION	40	41	42	43	44	45	46	47	48
CORRELATION	6,086-002	0,000+000	2,196-001	0,000+000	2.495-001	1.619-001	1,973-002	2.317-001	5,378-002
FONCTION	49	50	51	52	53	54	55	56	57
CORRELATION	3,165-002	1,125-001	1,053-001	9,286-002	2,179-001	4,544-002	2,234-001	6,864-002	8,034-002
FONCTION	58	59	60	61	62	63	64	65	66
CORRELATION	9,783-002	3.448-002	1.404-001	0,000+000	2,400-001	0,000+000	2,263-002	2,449-001	1,852-002
FONCTION	67	68	69	70	71	72	73	74	75
CORRELATION	7,083-002	7,838-003	7,075-002	2,507-002	3,727-002	6,670-002	9,863-002	5,836-002	4,938-002
FONCTION	76	77	78	79	80	81	82	83	84
CORRELATION	7,388-002	3,274-002	7,712-002	1,149-001	1.369-001	0,000+000	9,625-002	0,000+000	1,208-001
FONCTION	85	86	87	88	89	90	91	92	93
CORRELATION	1,198-003	3,432-003	1,464-001	6,602-002	1,545-002	1,341-001	5,042-003	8,922-002	6,714-003
FONCTION	94	95	96	97	98	99	100		
CORRELATION	4,827-002	9,883-002	9,117-002	1,031-001	1.826-001	9,708-002	8,759-002		

PAS 4

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
8	1.39453+001	2,58167+000
24	1.23420+001	2,76188+000
25	-5.08261+001	6,09111+000
28	2.40159+001	3,76631+000
CONSTANTE	2,47212+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF. DE CORRELATION MULTIPLE
24	19,96919	22,45645	5,73193-001

ANALYSE DE VARIANCE

D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
4	135	9,1429+004	6,8079+004	2,2857+004	5,0429+002	4,5325+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	9	10
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	1,549-001	0,000+000	0,000+000
FONCTION	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CORRELATION	1,008-002	1,379-001	0,000+000	0,000+000	2,128-002	2,373-002	0,000+000	0,000+000	4,334-002
FONCTION	20	21	22	23	26	27	29	30	31
CORRELATION	8,323-002	0,000+000	1,923-001	0,000+000	1,113-001	1,079-001	8,766-002	2,065-001	2,327-002
FONCTION	32	33	34	35	36	37	38	39	40
CORRELATION	1,488-001	1,286-001	4,437-002	1,901-001	3,257-002	2,566-002	4,430-003	3,544-002	8,579-002
FONCTION	41	42	43	44	45	46	47	48	49
CORRELATION	0,000+000	1,395-002	0,000+000	2,303-001	2,433-002	5,269-003	2,042-001	9,903-002	2,864-002
FONCTION	50	51	52	53	54	55	56	57	58
CORRELATION	8,683-002	1,291-001	1,031-001	1,722-001	5,770-002	2,203-001	5,254-002	8,498-002	1,281-001
FONCTION	59	60	61	62	63	64	65	66	67
CORRELATION	3,760-002	1,360-001	0,000+000	2,498-001	0,000+000	4,965-003	2,460-001	2,766-002	6,955-002
FONCTION	68	69	70	71	72	73	74	75	76
CORRELATION	9,450-003	7,088-002	1,479-002	1,508-002	7,343-002	9,855-002	5,054-002	5,375-002	6,506-002
FONCTION	77	78	79	80	81	82	83	84	85
CORRELATION	3,013-002	6,647-002	1,193-001	1,537-001	0,000+000	3,074-002	0,000+000	1,481-001	6,317-002
FONCTION	86	87	88	89	90	91	92	93	94
CORRELATION	9,017-003	1,751-001	9,931-002	1,019-002	1,314-001	2,569-002	9,481-002	2,584-002	3,659-002
FONCTION	95	96	97	98	99	100			
CORRELATION	9,655-002	9,958-002	1,032-001	1,823-001	1,003-001	8,957-002			

PAS 5

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
8	1,36488+001	2,39520+000
24	1,28100+001	2,56339+000
25	-5,97903+001	5,95119+000
28	2,39146+001	3,49317+000
62	-1,31119+001	2,73740+000
CONSTANTE	2,52868+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF, DE CORRELATION MULTIPLE
62	22,94338	20,82746	6,35587+001

ANALYSE DE VARIANCE

D, LIBERTE NUMERATEUR	D, LIBERTE DENOMINATEUR	S, DES CARRES (REGRESSION	S, DES CARRES (RESIDU)	S, DES CARRES MOYENNE(REG)	S, DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
5	134	1,0138+005	5,8127+004	2,0276+004	4,3378+002	4,6743+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	9	10
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	5,202-002	0,000+000	0,000+000
FONCTION	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CORRELATION	1,387-002	4,325-002	0,000+000	0,000+000	4,494-003	2,699-002	0,000+000	0,000+000	4,367-002
FONCTION	20	21	22	23	26	27	29	30	31
CORRELATION	5,337-002	0,000+000	6,408-002	0,000+000	1,200-001	1,109-001	9,467-002	9,631-002	2,691-002
FONCTION	32	33	34	35	36	37	38	39	40
CORRELATION	1,504-001	9,089-002	4,626-002	1,869-001	3,501-002	2,486-002	3,838-002	3,334-002	8,052-002
FONCTION	41	42	43	44	45	46	47	48	49
CORRELATION	0.000+000	4,793-003	0.000+000	6,021-002	3,390-002	1,734-002	6,021-002	1,067-001	2,648-002
FONCTION	50	51	52	53	54	55	56	57	58
CORRELATION	8,974-002	1,330-001	4,605-002	1,697-001	6,204-002	1,762-001	4,904-002	8,453-002	1,244-001
FONCTION	59	60	61	63	64	65	66	67	68
CORRELATION	3,941-002	1,789-001	0,000+000	0,000+000	1,512-003	7,991-002	3,101-002	5,484-002	1,955-002
FONCTION	69	70	71	72	73	74	75	76	77
CORRELATION	6,868-002	4,911-002	1,086-002	7,344-002	4,460-002	4,480-002	5,361-002	6,636-002	3,013-002
FONCTION	78	79	80	81	82	83	84	85	86

CORRELATION	1.010-001	1.207-001	1,557-001	0,000+000	3.052-002	0.000+000	3,215-002	6,755-002	1,603-002
FONCTION	87	88	89	90	91	92	93	94	95
CORRELATION	3.627-002	1.022-001	1,110-002	1,377-001	2,957-002	1,168-001	2,604-002	3,084-002	1,380-001
FONCTION	96	97	98	99	100				
CORRELATION	9,816-002	1.029-001	1,872-001	1,018-001	6,779-002				

PAS 6

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
8	1.32429+001	2.28815+000
24	1.28041+001	2.44611+000
25	-5.88433+001	5.68448+000
28	2.47498+001	3.34073+000
62	-1.33069+001	2.61267+000
98	1.22309+001	3.25058+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
CONSTANTE	2,52367+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF. DE CORRELATION MULTIPLE
98	14,15774	19,87455	6,70647-001

ANALYSE DE VARIANCE

D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
6	133	1,0697+005	5,2535+004	1.7829+004	3,9500+002	4,5137+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	9	10
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	4,406-002	0,000+000	0,000+000
FONCTION	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CORRELATION	2,964-002	3,694-002	0,000+000	0,000+000	5,163-003	3,999-002	0,000+000	0,000+000	4,213-002
FONCTION	20	21	22	23	26	27	29	30	31
CORRELATION	5,252-002	0,000+000	6,534-002	0,000+000	1,289-001	1,004-001	1,041-001	9,776-002	3,568-002
FONCTION	32	33	34	35	36	37	38	39	40
CORRELATION	1,499-001	9,152-002	5,161-002	2,211-001	4,125-002	2,476-002	3,725-002	3,025-002	1,299-001
FONCTION	41	42	43	44	45	46	47	48	49
CORRELATION	0,000+000	2,103-002	0,000+000	6,201-002	3,108-002	1,405-002	5,026-002	1,172-001	3,384-002
FONCTION	50	51	52	53	54	55	56	57	58
CORRELATION	9,754-002	1,291-001	5,817-002	1,663-001	6,600-002	1,783-001	3,476-002	8,052-002	1,117-001
FONCTION	59	60	61	63	64	65	66	67	68
CORRELATION	3,690-002	1,732-001	0,000+000	0,000+000	1,988-002	6,102-002	4,067-002	4,606-002	1,001-002
FONCTION	69	70	71	72	73	74	75	76	77
CORRELATION	6,515-002	3,916-002	1,236-002	5,217-002	4,467-002	3,136-002	2,335-002	6,186-002	2,896-002
FONCTION	78	79	80	81	82	83	84	85	86
CORRELATION	9,401-002	1,175-001	3,389-002	0,000+000	4,262-003	0,000+000	3,717-002	5,151-002	2,360-002
FONCTION	87	88	89	90	91	92	93	94	95
CORRELATION	3,246-002	1,032-001	9,197-003	1,095-001	2,634-002	1,177-001	9,959-002	2,078-002	1,407-001
FONCTION	96	97	99	100					
CORRELATION	1,025-001	1,011-001	9,950-002	6,966-002					

PAS 7

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
8	1,30630+001	2,11991+000
24	9,89938+000	2,34546+000
25	-5,83384+001	5,26672+000
28	2,41318+001	3,09728+000
35	1,66565+001	3,47331+000
62	-1,31911+001	2,42030+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
98	1.46634+001	3.05352+000

CONSTANTE 2,52183+002

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF, DE CORRELATION MULTIPLE
35	22,99761	18,41029	7,19514-001

ANALYSE DE VARIANCE

D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S, DES CARRES (REGRESSION	S, DES CARRES (RESIDU)	S, DES CARRES MOYENNE(REG)	S, DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
7	132	1,1477+005	4,4740+004	1,6396+004	3,3894+002	4,8373+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	9	10
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	6,972-002	0,000+000	0,000+000
FONCTION	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CORRELATION	2,535-002	6,717-002	0,000+000	0,000+000	1,652-002	4,033-002	0,000+000	0,000+000	5,467-002
FONCTION	20	21	22	23	26	27	29	30	31
CORRELATION	4,413-002	0,000+000	7,126-002	0,000+000	1,386-001	8,501-003	1,088-001	1,025-001	3,805-002
FONCTION	32	33	34	36	37	38	39	40	41
CORRELATION	8,427-003	9,200-002	5,302-002	3,831-002	2,857-002	3,434-002	1,529-002	6,782-003	0,000+000
FONCTION	42	43	44	45	46	47	48	49	50
CORRELATION	3,463-002	0,000+000	6,756-002	3,508-002	2,768-002	7,200-002	1,246-001	2,584-002	2,105-002
FONCTION	51	52	53	54	55	56	57	58	59
CORRELATION	1,401-001	3,152-002	3,797-002	6,422-002	1,489-001	3,643-002	7,589-002	9,828-003	5,003-002
FONCTION	60	61	63	64	65	66	67	68	69
CORRELATION	1,558-001	0,000+000	0,000+000	3,266-002	6,479-002	4,069-002	5,377-002	2,075-002	6,596-002
FONCTION	70	71	72	73	74	75	76	77	78
CORRELATION	4,408-002	1,580-003	5,314-002	3,884-002	3,074-002	4,811-002	6,286-002	3,389-002	9,146-002
FONCTION	79	80	81	82	83	84	85	86	87
CORRELATION	1,281-001	1,466-002	0,000+000	3,434-003	0,000+000	4,027-002	3,569-002	2,259-002	1,801-002
FONCTION	88	89	90	91	92	93	94	95	96
CORRELATION	1,102-001	7,791-003	6,358-002	3,648-002	9,464-002	5,142-002	2,115-002	1,125-001	1,008-001
FONCTION	97	99	100						
CORRELATION	1,043-001	1,108-001	5,396-002						

PAS 8

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
8	1.34103+001	2.03620+000
24	9.97479+000	2.25031+000
25	-6.16429+001	5.13916+000
28	2.28340+001	2.99424+000
35	1.57009+001	3.34327+000
60	1.04881+001	2.97703+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
62	-1.45429+001	2.35350+000
98	1.42118+001	2.93232+000
CONSTANTE	2.54015+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF. DE CORRELATION MULTIPLE
60	12.41164	17.66263	7.43789-001

ANALYSE DE VARIANCE

D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
8	131	1.1864+005	4.0868+004	1.4830+004	3.1197+002	4.7537+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	9	10
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	4,795-002	0,000+000	0,000+000
FONCTION	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CORRELATION	2,329-002	4,275-002	0,000+000	0,000+000	6,604-004	3,955-002	0,000+000	0,000+000	5,698-002
FONCTION	20	21	22	23	26	27	29	30	31
CORRELATION	4,754-002	0,000+000	8,941-002	0,000+000	1,305-001	1,741-003	1,036-001	8,882-002	4,421-003
FONCTION	32	33	34	36	37	38	39	40	41
CORRELATION	1,071-003	3,792-002	5,247-002	1,142-002	3,098-002	3,992-002	2,048-002	5,083-003	0,000+000
FONCTION	42	43	44	45	46	47	48	49	50
CORRELATION	3,101-002	0,000+000	8,582-002	3,565-002	4,645-002	4,216-002	1,164-001	8,216-003	2,177-002
FONCTION	51	52	53	54	55	56	57	58	59
CORRELATION	1,353-001	4,756-002	2,236-002	5,833-002	6,539-002	3,893-002	7,927-002	1,786-003	4,889-002
FONCTION	61	63	64	65	66	67	68	69	70
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	3,197-002	2,281-002	5,504-002	5,034-002	3,738-002	6,542-002	2,787-002
FONCTION	71	72	73	74	75	76	77	78	79
CORRELATION	7,784-003	4,555-002	3,853-002	3,691-002	3,494-002	8,719-002	3,844-002	3,978-002	1,260-001
FONCTION	80	81	82	83	84	85	86	87	88
CORRELATION	2,795-003	0,000+000	8,461-003	0,000+000	5,674-002	3,891-002	1,681-002	1,382-004	1,079-001
FONCTION	89	90	91	92	93	94	95	96	97
CORRELATION	1,366-002	6,019-002	3,220-002	9,018-002	4,936-002	3,284-002	1,183-001	1,039-001	1,006-001
FONCTION	99	100							
CORRELATION	1,101-001	6,040-002							

PAS 9

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
8	1.32970+001	1.96994+000
24	1.05089+001	2.18326+000
25	-6.27803+001	4.98409+000
28	2.18858+001	2.91180+000
35	1.62246+001	3.23818+000
51	-9.76092+000	3.08559+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
60	1.02075+001	2.88104+000
62	-1.46091+001	2.27663+000
98	1.41128+001	2.83660+000
CONSTANTE	2,54766+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF. DE CORRELATION MULTIPLE
51	10,00703	17,08504	7,62102-001

ANALYSE DE VARIANCE

D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
9	130	1.2156+005	3,7947+004	1,3507+004	2,9190+002	4,6272+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	9	10
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	3,319-002	0,000+000	0,000+000
FONCTION	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CORRELATION	2,085-002	3,208-002	0,000+000	0,000+000	3,575-003	3,705-002	0,000+000	0,000+000	5,556-002
FONCTION	20	21	22	23	26	27	29	30	31
CORRELATION	3,757-002	0,000+000	6,946-002	0,000+000	4,788-002	9,430-003	3,124-002	7,260-002	1,658-002
FONCTION	32	33	34	36	37	38	39	40	41
CORRELATION	8,834-003	3,524-002	2,175-002	2,324-002	2,992-002	3,107-002	2,512-002	2,410-003	0,000+000
FONCTION	42	43	44	45	46	47	48	49	50
CORRELATION	1,368-002	0,000+000	6,611-002	2,684-002	6,506-002	3,029-002	2,462-002	1,059-003	2,804-002
FONCTION	52	53	54	55	56	57	58	59	61
CORRELATION	3,982-002	3,438-002	6,229-002	5,530-002	3,519-002	8,257-002	2,036-003	4,881-002	0,000+000
FONCTION	63	64	65	66	67	68	69	70	71
CORRELATION	0,000+000	1,821-002	2,422-002	5,016-002	3,716-002	5,170-002	5,483-002	2,884-002	9,211-003
FONCTION	72	73	74	75	76	77	78	79	80
CORRELATION	4,599-002	3,775-002	1,421-002	4,397-002	8,024-002	3,358-002	3,297-002	1,258-001	5,233-003
FONCTION	81	82	83	84	85	86	87	88	89
CORRELATION	0,000+000	7,261-003	0,000+000	4,159-002	3,536-002	1,621-002	1,241-002	1,105-001	1,147-002
FONCTION	90	91	92	93	94	95	96	97	99
CORRELATION	5,717-002	3,439-002	8,751-002	4,728-002	3,066-002	1,095-001	1,037-001	1,004-001	1,098-001
FONCTION	100								
CORRELATION	5,496-002								

PAS 10

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
8	1.32258+001	1.91078+000
24	1.05373+001	2.11755+000
25	-6.26679+001	4.83418+000
28	2.19352+001	2.82418+000
35	1.66807+001	3.14429+000
51	-9.75143+000	3.99270+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
60	1.00924+001	2.79456+000
62	-1.46255+001	2.20810+000
79	-8.90969+000	2.93812+000
98	1.40450+001	2.75129+000
CONSTANTE	2,54798+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF. DE CORRELATION MULTIPLE
79	9,19569	16,57069	7,77932-001

ANALYSE DE VARIANCE

D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
10	129	1,2409+005	3,5422+004	1,2409+004	2,7459+002	4,5190+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	9	10
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	3,797-002	0,000+000	0,000+000
FONCTION	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CORRELATION	2,479-002	3,837-002	0,000+000	0,000+000	8,178-003	4,467-002	0,000+000	0,000+000	6,875-002
FONCTION	20	21	22	23	26	27	29	30	31
CORRELATION	3,804-002	0,000+000	6,727-002	0,000+000	5,372-002	7,186-003	3,482-002	7,054-002	1,538-002
FONCTION	32	33	34	36	37	38	39	40	41
CORRELATION	6,189-003	3,413-002	2,367-002	2,119-002	3,286-002	3,158-002	2,161-002	3,550-003	0,000+000
FONCTION	42	43	44	45	46	47	48	49	50
CORRELATION	1,362-002	0,000+000	6,420-002	2,895-002	3,747-002	3,525-002	2,956-002	2,583-004	3,267-002
FONCTION	52	53	54	55	56	57	58	59	61
CORRELATION	3,021-002	4,583-002	2,394-002	4,401-002	4,481-002	1,506-002	2,990-003	6,342-002	0,000+000
FONCTION	63	64	65	66	67	68	69	70	71
CORRELATION	0,000+000	1,922-002	2,657-002	4,949-002	4,208-002	2,346-002	5,497-002	3,141-002	9,918-003
FONCTION	72	73	74	75	76	77	78	80	81
CORRELATION	5,541-002	3,991-002	1,607-002	5,451-002	8,841-003	3,670-002	3,198-002	7,186-003	0,000+000
FONCTION	82	83	84	85	86	87	88	89	90
CORRELATION	9,934-003	0,000+000	4,170-002	3,987-002	3,609-002	8,480-003	1,133-001	9,844-003	6,152-002
FONCTION	91	92	93	94	95	96	97	99	100
CORRELATION	3,421-002	8,005-002	5,074-002	2,241-002	1,010-001	1,112-001	1,722-002	1,235-001	5,337-002

PAS 11

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
8	1.32433+001	1.85120+000
24	1.05370+001	2.05151+000
25	-6.27242+001	4.68346+000
28	2.17695+001	2.73664+000
35	1.72025+001	3.05097+000
51	-9.73626+000	2.89937+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
60	1.00416+001	2.70746+000
62	-1.46554+001	2.13926+000
79	-9.81728+000	2.86179+000
98	1.40090+001	2.66552+000
99	-8.81565+000	2.86947+000
CONSTANTE	2,54891+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF. DE CORRELATION MULTIPLE
99	9,43855	16,05392	7,93182-001

ANALYSE DE VARIANCE

D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
11	128	1,2652+005	3,2989+004	1,1502+004	2,5773+002	4,4627+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	9	10
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	4,288-002	0,000+000	0,000+000
FONCTION	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CORRELATION	2,589-002	4,503-002	0,000+000	0,000+000	1,333-002	4,663-002	0,000+000	0,000+000	7,219-002
FONCTION	20	21	22	23	26	27	29	30	31
CORRELATION	3,801-002	0,000+000	6,464-002	0,000+000	4,501-002	5,404-003	3,564-002	6,821-002	1,044-002
FONCTION	32	33	34	36	37	38	39	40	41
CORRELATION	3,994-003	3,319-002	3,167-002	1,173-002	4,672-002	3,155-002	5,849-003	9,241-003	0,000+000
FONCTION	42	43	44	45	46	47	48	49	50
CORRELATION	1,254-002	0,000+000	6,185-002	3,028-002	3,819-002	4,032-002	2,976-002	2,565-003	3,717-002
FONCTION	52	53	54	55	56	57	58	59	61
CORRELATION	1,988-002	5,707-002	1,812-002	3,196-002	4,563-002	3,393-003	7,616-003	6,536-002	0,000+000
FONCTION	63	64	65	66	67	68	69	70	71
CORRELATION	0,000+000	1,924-002	2,910-002	2,918-002	4,555-002	2,355-002	5,434-002	3,419-002	9,343-003
FONCTION	72	73	74	75	76	77	78	80	81
CORRELATION	6,381-002	4,244-002	6,459-002	6,451-002	8,973-003	1,352-001	3,156-002	8,781-003	0,000+000
FONCTION	82	83	84	85	86	87	88	89	90
CORRELATION	1,199-002	0,000+000	4,122-002	4,306-002	3,742-002	4,979-003	8,745-002	9,481-003	6,438-002
FONCTION	91	92	93	94	95	96	97	100	
CORRELATION	3,397-002	7,251-002	5,313-002	2,674-002	9,250-002	5,040-002	7,973-003	5,231-002	

PAS 12

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
8	1,37371+001	1,77997+000
24	1,04035+001	1,96677+000
25	-6,27591+001	4,48918+000
28	2,15721+001	2,62371+000
35	1,79172+001	2,93148+000
51	-9,73398+000	2,77909+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
CONSTANTE	2,54947+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF. DE CORRELATION MULTIPLE
77	12,31946	15,38793	8,11470-001

ANALYSE DE VARIANCE

D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
12	127	1,2944+005	3,0072+004	1,0786+004	2,3679+002	4,5553+001

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
60	9,96629+000	2,59523+000
62	-1,46730+001	2,05052+000
77	-1,20132+001	3,42266+000
79	-1,08336+001	2,75831+000
98	1,39520+001	2,55499+000
99	-1,58389+001	3,40129+000

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	9	10
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	5,173-002	0,000+000	0,000+000
FONCTION	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CORRELATION	1,543-002	5,592-002	0,000+000	0,000+000	2,073-002	2,367+002	0,000+000	0,000+000	3,177+002
FONCTION	20	21	22	23	26	27	29	30	31
CORRELATION	3,789+002	0,000+000	6,401-002	0,000+000	5,072-003	3,958+003	2,523-002	6,793-002	4,372+003
FONCTION	32	33	34	36	37	38	39	40	41
CORRELATION	2,080-003	3,340-002	4,060-002	6,721-004	6,109-002	3,151-002	1,181-002	1,518-002	0,000+000
FONCTION	42	43	44	45	46	47	48	49	50
CORRELATION	1,351-002	0,000+000	6,142-002	3,331-002	3,824-002	4,921-002	1,427-002	5,805-003	4,219-002
FONCTION	52	53	54	55	56	57	58	59	61
CORRELATION	6,717-003	6,951-002	1,086-002	1,739-002	4,755-002	1,058-002	1,526-002	1,536-001	0,000+000
FONCTION	63	64	65	66	67	68	69	70	71
CORRELATION	0,000+000	2,086-002	3,579-002	5,883-002	5,366-002	2,533-002	5,258-002	3,801-002	9,275-004
FONCTION	72	73	74	75	76	78	80	81	82
CORRELATION	7,303-002	4,653-002	9,559-003	7,607-002	9,514-003	3,052-002	1,139-002	2,884+000	1,411-002
FONCTION	83	84	85	86	87	88	89	90	91
CORRELATION	0,000+000	4,194-002	4,545-002	3,837-002	5,442-004	8,686-002	9,574-004	6,777-002	3,520-002
FONCTION	92	93	94	95	96	97	100		
CORRELATION	6,320-002	5,653-002	2,953-002	8,248-002	4,972-002	7,067-004	5,082-002		

PAS 13

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
8	1.47538+001	1.72326+000
24	1.01655+001	1.87993+000
25	-6.26692+001	4.28842+000
28	2.16391+001	2.50640+000
35	1.78474+001	2.80040+000
51	-9.74656+000	2.65477+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
59	2.25902+001	6.22384+000
60	9.99802+000	2.47914+000
62	-1.46182+001	1.95884+000
77	-3.71884+001	7.66803+000
79	-1.04052+001	2.63755+000
98	1.39187+001	2.44070+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
99	-3,02066+001	5,12116+000

CONSTANTE 2,54818+002

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF, DE CORRELATION MULTIPLE
59	13,17414	14,69951	8,29316-001

ANALYSE DE VARIANCE

D, LIBERTE NUMERATEUR	D, LIBERTE DENOMINATEUR	S, DES CARRES (REGRESSION	S, DES CARRES (RESIDU)	S, DES CARRES MOYENNE(REG)	S, DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
13	126	1,3228+005	2,7226+004	1,0176+004	2,1608+002	4,7093+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	9	10
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	5,503-002	0,000+000	0,000+000
FONCTION	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CORRELATION	1,019-002	5,825-002	0,000+000	0,000+000	2,049-002	3,566-002	0,000+000	0,000+000	1,172-001
FONCTION	20	21	22	23	26	27	29	30	31
CORRELATION	3,828-002	0,000+000	6,940-002	0,000+000	2,579-002	6,514-003	5,388-004	7,300-002	5,101-003
FONCTION	32	33	34	36	37	38	39	40	41
CORRELATION	4,808-003	3,568-002	2,815-002	3,905-003	1,177-001	3,202-002	3,839-003	1,121-002	0,000+000
FONCTION	42	43	44	45	46	47	48	49	50
CORRELATION	1,813-002	0,000+000	6,650-002	3,578-002	3,629-002	5,226-002	3,560-003	4,634-003	4,020-002
FONCTION	52	53	54	55	56	57	58	61	63
CORRELATION	9,286-003	6,348-002	1,222-002	2,213-002	1,787-003	6,156-003	1,140-002	0,000+000	0,000+000
FONCTION	64	65	66	67	68	69	70	71	72
CORRELATION	2,396-002	3,467-002	0,271-002	5,114-002	2,252-002	4,415-002	4,110-003	3,020-003	6,822-002
FONCTION	73	74	75	76	78	80	81	82	83
CORRELATION	4,719-002	1,006-002	7,136-002	1,051-002	2,991-002	1,323-002	0,000+000	1,306-002	0,000+000
FONCTION	84	85	86	87	88	89	90	91	92
CORRELATION	4,445-002	4,462-002	3,676-002	1,354-003	8,641-002	1,064-002	6,633-002	3,427-002	6,589-002
FONCTION	93	94	95	96	97	100			
CORRELATION	5,615-002	2,411-002	8,610-002	4,874-002	9,624-003	5,086-002			

PAS 14

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
8	1.39703+001	1.67516+000
24	1.02833+001	1.80960+000
25	-6.21568+001	4.13008+000
28	2.18566+001	2.41307+000
35	1.71699+001	2.70283+000
37	1.79779+001	5.41178+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
51	-9.91291+000	2.55546+000
59	5.91524+001	1.25305+001
60	9.81725+000	2.38657+000
62	-1.45307+001	1.88539+000
77	-7.56523+001	1.37304+001
79	-8.90630+000	2.57819+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
98	1,38578+001	2,34902+000
99	-5,01720+001	7,77255+000
CONSTANTE	2,54581+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF, DE CORRELATION MULTIPLE
37	11,03562	14,14691	8,43163-001

ANALYSE DE VARIANCE

D, LIBERTE NUMERATEUR	D, LIBERTE DENOMINATEUR	S, DES CARRES (REGRESSION	S, DES CARRES (RESIDU)	S, DES CARRES MOYENNE(REG)	S, DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
14	125	1,344[illegible]	2,5017+004	[illegible]6065+003	2,[illegible]	[illegible]

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	9	10
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	5,044-002	0,000+000	0,000+000
FONCTION	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CORRELATION	7,606-003	5,123-002	0,000+000	0,000+000	1,397-002	7,903-003	0,000+000	0,000+000	1,172-001
FONCTION	20	21	22	23	26	27	29	30	31
CORRELATION	3,928-002	0,000+000	7,286-002	0,000+000	3,443-002	6,215-003	1,883-002	7,581-002	1,379-002
FONCTION	32	33	34	36	38	39	40	41	42
CORRELATION	5,078-003	3,622-002	7,101-003	1,793-002	3,326-002	1,614-002	5,824-003	0,000+000	2,153-002
FONCTION	43	44	45	46	47	48	49	50	52
CORRELATION	0,000+000	6,972-002	3,630-002	3,809-002	4,793-002	6,558-003	2,695-003	3,610-002	2,034-002
FONCTION	53	54	55	56	57	58	61	63	64
CORRELATION	5,326-002	1,898-002	3,622-002	1,619-003	6,601-003	8,024-003	0,000+000	0,000+000	2,613-002
FONCTION	65	66	67	68	69	70	71	72	73
CORRELATION	3,307-002	5,925-002	5,208-002	2,519-002	5,263-002	3,802-002	1,228-002	6,430-002	4,423-002
FONCTION	74	75	76	78	80	81	82	83	84
CORRELATION	7,823-003	6,401-002	7,615-003	2,789-002	1,336-002	0,000+000	1,252-002	0,000+000	4,613-002
FONCTION	85	86	87	88	89	90	91	92	93
CORRELATION	4,588-002	3,337-002	1,160-003	8,907-002	8,912-003	6,953-002	3,658-002	7,354-002	5,848-002
FONCTION	94	95	96	97	100				
CORRELATION	1,835-002	9,408-002	4,875-002	2,646-002	4,938-002				

PAS 15

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
8	1.41130+001	1.63459+000
24	1.04194+001	1.76558+000
25	-6.27130+001	4.03317+000
28	2.22967+001	2.35897+000
35	1.60403+001	2.66846+000
37	1.87298+001	3.25958+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
51	-9,46490+000	2,49772+000
59	6,15169+001	1,22516+001
60	1,00706+001	2,32944+000
62	-1,53704+001	1,86446+000
77	-7,75289+001	1,34088+001
79	-8,24557+000	2,52814+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
95	-6.92260+000	2.54202+000
98	1.38059+001	2.29104+000
99	-5.06503+001	7.58247+000
CONSTANTE	2,54953+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF, DE CORRELATION MULTIPLE
95	7,41619	13,79724	8,52013-001

ANALYSE DE VARIANCE

D, LIBERTE NUMERATEUR	D, LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S, DES CARRES (RESIDU)	S, DES CARRES MOYENS(REG.)	S, DES CARRES MOYENS(RES.)	VALEUR DE F
15	124	1,3590+005	2,3605+004	9,0602+003	1,9036+00[illegible]	[illegible]

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	9	10
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	3,719-002	0,000+000	0,000+000
FONCTION	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CORRELATION	1,169-002	3,774-002	0,000+000	0,000+000	7,379-003	1,204-002	0,000+000	0,000+000	1,172-001
FONCTION	20	21	22	23	26	27	29	30	31
CORRELATION	3,910-002	0,000+000	5,573-002	0,000+000	3,294-002	7,454-003	2,133-002	5,636-002	1,047-002
FONCTION	32	33	34	36	38	39	40	41	42
CORRELATION	6,318-003	2,094-002	9,871-003	1,776-002	3,907-002	2,426-002	4,707-003	0,000+000	2,320-002
FONCTION	43	44	45	46	47	48	49	50	52
CORRELATION	0,000+000	5,220-002	3,426-002	3,183-002	3,039-002	7,418-003	9,558-004	2,873-002	2,291-002
FONCTION	53	54	55	56	57	58	61	63	64
CORRELATION	3,449-002	2,094-002	3,584-002	2,636-003	1,259-002	7,324-004	0,000+000	0,000+000	2,782-002
FONCTION	65	66	67	68	69	70	71	72	73
CORRELATION	9,299-003	5,449-002	5,027-002	2,087-002	4,664-002	2,307-003	5,997-003	5,525-002	2,257-002
FONCTION	74	75	76	78	80	81	82	83	84
CORRELATION	9,256-003	4,939-002	1,215-002	2,251-002	2,327-003	0,000+000	1,337-002	0,000+000	2,831-002
FONCTION	85	86	87	88	89	90	91	92	93
CORRELATION	4,752-002	3,205-002	7,869-003	8,505-002	9,030-003	7,118-002	3,084-002	2,042-002	5,952-002
FONCTION	94	96	97	100					
CORRELATION	1,551-002	5,266-002	3,104-002	7,508-003					

PAS 16

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
8	1.39287+001	1.60229+000
24	1.09491+001	1.74167+000
25	-6.32989+001	3.95619+000
28	2.18006+001	2.31834+000
35	1.62163+001	2.61392+000
37	1.91837+001	5.18059+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
51	-9.60536+000	2.44643+000
59	6.19682+001	1.19982+001
60	9.97513+000	2.28132+000
62	-1.53738+001	1.82570+000
77	-7.79914+001	1.31313+001
79	-8.23485+000	2.47362+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
88	-5.63977+000	2.24313+000
95	-6.64986+000	2.49153+000
98	1.38743+001	2.24357+000
99	-4.94829+001	7.43933+000
CONSTANTE	2,55332+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF. DE CORRELATION MULTIPLE
88	6,32141	13,51039	8,59247-001

ANALYSE DE VARIANCE

D. LIBERTE NUMERATEUR	D. LIBERTE DENOMINATEUR	S. DES CARRES (REGRESSION	S. DES CARRES (RESIDU)	S. DES CARRES MOYENNE(REG)	S. DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
16	123	1,3706+005	2,2451+004	8,5661+003	1,8253+002	4,6930+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	9	10
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	3,010-002	0,000+000	0,000+000
FONCTION	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CORRELATION	1,342-002	3,243-002	0,000+000	0,000+000	8,326-003	1,380-002	0,000+000	0,000+000	1,172-001
FONCTION	20	21	22	23	26	27	29	30	31
CORRELATION	3,484-002	0,000+000	4,640-002	0,000+000	1,297-002	2,206-004	1,342-002	4,887-002	1,613-002
FONCTION	32	33	34	36	38	39	40	41	42
CORRELATION	7,504-004	1,978-002	9,688-003	2,344-002	3,510-002	2,698-002	9,442-003	0,000+000	6,863-003
FONCTION	43	44	45	46	47	48	49	50	52
CORRELATION	0,000+000	4,315-002	2,397-002	4,117-002	2,504-002	1,481-002	3,035-003	3,105-002	1,938-002
FONCTION	53	54	55	56	57	58	61	63	64
CORRELATION	4,108-002	2,255-002	3,117-002	9,220-003	1,487-002	2,597-005	0,000+000	0,000+000	1,541-002
FONCTION	65	66	67	68	69	70	71	72	73
CORRELATION	1,126-002	1,592-002	4,396-002	2,800-002	1,201-002	4,606-003	1,458-002	6,392-002	1,978-002
FONCTION	74	75	76	78	80	81	82	83	84
CORRELATION	1,051-003	5,458-002	7,736-003	2,209-002	4,329-003	0,000+000	1,336-002	0,000+000	2,184-002
FONCTION	85	86	87	89	90	91	92	93	94
CORRELATION	4,764-002	3,167-002	1,297-003	8,315-003	7,132-002	4,782-002	2,275-002	5,940-002	1,605-002
FONCTION	96	97	100						
CORRELATION	4,613-002	3,114-002	8,016-003						

PAS 17

LES PARAMETRES DU MODELE LINEAIRE ESTIME

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
8	1,37435+001	1,58188+000
24	1,11178+001	1,71871+000
25	-6,32480+001	3,90001+000
28	2,20497+001	2,28834+000
35	1,50363+001	2,63515+000
37	1,94902+001	5,10894+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
51	-9.48630+000	2.41228+000
59	6.24668+001	1.18299+001
60	9.86946+000	2.24943+000
62	-1.54632+001	1.80022+000
77	-7.86577+001	1.29483+001
79	-8.40299+000	2.43972+000

FONCTION	PARAMETRE	ECART-TYPE
88	-5,64754+000	2,21124+000
90	4,81930+000	2,25339+000
95	-6,74106+000	2,45647+000
98	1,29405+001	2,25436+000
99	-4,99405+001	7,33666+000
CONSTANTE	2,55221+002	

FONCTION RAJOUTEE	VALEUR DE F	ECART-TYPE D'ESTIMATION	COEF, DE CORRELATION MULTIPLE
90	4,57399	13,31828	8,64334-001

ANALYSE DE VARIANCE

D, LIBERTE NUMERATEUR	D, LIBERTE DENOMINATEUR	S, DES CARRES (REGRESSION	S, DES CARRES (RESIDU)	S, DES CARRES MOYENNE(REG)	S, DES CARRES MOYENNE(RES)	VALEUR DE F
17	122	1,3787+005	2,1640+004	8,1099+003	1,7738+002	4,5721+001

LES COEFFICIENTS DE CORRELATION PARTIELLE

FONCTION	1	2	3	4	5	6	7	9	10
CORRELATION	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	0,000+000	2,738-002	0,000+000	0,000+000
FONCTION	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CORRELATION	1,847-002	3,131-002	0,000+000	0,000+000	1,056-002	1,885-002	0,000+000	0,000+000	1,172-001
FONCTION	20	21	22	23	26	27	29	30	31
CORRELATION	3,194-002	0,000+000	4,614-002	0,000+000	1,936-002	9,816-003	1,804-002	5,001-002	1,981-002
FONCTION	32	33	34	36	38	39	40	41	42
CORRELATION	8,840-003	2,272-002	1,178-002	2,612-002	3,197-002	2,575-002	1,031-003	0,000+000	9,753-003
FONCTION	43	44	45	46	47	48	49	50	52
CORRELATION	0,000+000	4,293-002	1,723-002	3,881-002	2,183-002	2,142-002	7,775-004	1,550-002	2,278-002
FONCTION	53	54	55	56	57	58	61	63	64
CORRELATION	1,231-002	2,463-002	3,311-002	1,644-002	1,345-002	7,295-003	0,000+000	0,000+000	1,985-002
FONCTION	65	66	67	68	69	70	71	72	73
CORRELATION	7,903-003	2,435-002	2,321-002	2,503-002	1,242-002	1,749-003	1,280-002	1,710-002	2,000-002
FONCTION	74	75	76	78	80	81	82	83	84
CORRELATION	4,271-003	1,248-002	6,705-003	1,938-002	7,409-003	0,000+000	1,988-002	0,000+000	2,231-002
FONCTION	85	86	87	89	91	92	93	94	96
CORRELATION	1,959-002	3,485-002	1,522-003	8,472-003	5,036-002	2,293-002	1,099-002	1,894-002	4,858-002
FONCTION	97	100							
CORRELATION	3,235-002	7,886-003							

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
1	1,00000000	1,00000000	255,00000000	267,53344436	-12,53344436
2	1,00000000	2,00000000	245,00000000	246,48793440	-1,48793440
3	1,00000000	3,00000000	239,00000000	229,33548992	9,66451008
4	1,00000000	4,00000000	238,00000000	222,20252039	15,79747961
5	1,00000000	5,00000000	239,00000000	226,78992639	12,21007361
6	1,00000000	6,00000000	242,00000000	239,79904819	2,20095181
7	1,00000000	7,00000000	248,00000000	254,50807793	-6,50807793
8	1,00000000	8,00000000	252,00000000	263,77542900	-11,77542900
9	1,00000000	9,00000000	258,00000000	263,12786847	-5,12786847
10	1,00000000	10,00000000	256,00000000	252,58084419	3,41915581
11	1,00000000	11,00000000	246,00000000	236,43352376	9,56647624
12	1,00000000	12,00000000	231,00000000	221,20319057	9,79680943
13	1,00000000	13,00000000	208,00000000	212,68898531	-4,68898531
14	1,00000000	14,00000000	197,00000000	213,51041278	-16,51041278
15	1,00000000	15,00000000	214,00000000	222,20005792	-8,20005792
16	1,00000000	16,00000000	235,00000000	234,17949543	0,82050457
17	1,00000000	17,00000000	257,00000000	244,07031079	12,92968921
18	4,10000000	1,00000000	228,00000000	220,43770572	7,56229428
19	4,10000000	2,00000000	218,00000000	236,25833901	-18,25833901
20	4,10000000	3,00000000	234,00000000	235,66459963	-1,66459963
21	4,10000000	4,00000000	235,00000000	224,04864682	10,95135318
22	4,10000000	5,00000000	217,00000000	211,39794561	5,60205439
23	4,10000000	6,00000000	205,00000000	206,44824656	-1,44824656
24	4,10000000	7,00000000	216,00000000	212,14618651	3,85381349
25	4,10000000	8,00000000	240,00000000	224,57124594	15,42875406
26	4,10000000	9,00000000	241,00000000	235,63772276	5,36227724
27	4,10000000	10,00000000	229,00000000	237,98131687	-8,98131687
28	4,10000000	11,00000000	248,00000000	229,36668525	18,63331475

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
29	4.10000000	12.00000000	228.00000000	214.24149462	13.75850538
30	4.10000000	13.00000000	208.00000000	201.55275080	6.44724920
31	4.10000000	14.00000000	198.00000000	199.88949639	-1.88949639
32	4.10000000	15.00000000	212.00000000	212.45292764	-0.45292764
33	4.10000000	16.00000000	241.00000000	234.55423366	6.44576634
34	4.10000000	17.00000000	246.00000000	255.17344131	-9.17344131
35	7.20000000	1.00000000	246.00000000	252.72385139	-6.72385139
36	7.20000000	2.00000000	224.00000000	231.76812867	-7.76812867
37	7.20000000	3.00000000	216.00000000	217.61753974	-1.61753974
38	7.20000000	4.00000000	214.00000000	208.37144250	5.62855750
39	7.20000000	5.00000000	196.00000000	201.40490174	-5.40490174
40	7.20000000	6.00000000	190.00000000	195.43707244	-5.43707244
41	7.20000000	7.00000000	188.00000000	191.31649011	-3.31649011
42	7.20000000	8.00000000	188.00000000	191.17912521	-3.17912521
43	7.20000000	9.00000000	188.00000000	196.56557171	-8.56557171
44	7.20000000	10.00000000	188.00000000	206.68096907	-18.68096907
45	7.20000000	11.00000000	198.00000000	217.93693203	-19.93693203
46	7.20000000	12.00000000	229.00000000	225.24496196	3.75503804
47	7.20000000	13.00000000	227.00000000	224.56953090	2.43046910
48	7.20000000	14.00000000	203.00000000	215.48622824	-12.48622824
49	7.20000000	15.00000000	194.00000000	202.33177815	-8.33177815
50	7.20000000	16.00000000	195.00000000	193.09676189	1.90323811
51	7.20000000	17.00000000	200.00000000	196.26207815	3.73792185
52	10.30000000	1.00000000	276.00000000	290.39168357	-14.39168357
53	10.30000000	2.00000000	252.00000000	244.70138028	7.29861972
54	10.30000000	3.00000000	220.00000000	213.94415201	6.05584799
55	10.30000000	4.00000000	197.00000000	199.33249401	-2.33249401
56	10.30000000	5.00000000	190.00000000	196.18047643	-6.18047643

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
57	10,30000000	6.00000000	189,00000000	197,57075480	-8,57075480
58	10,30000000	7.00000000	193,00000000	198,10562855	-5,10562855
59	10,30000000	8,00000000	211,00000000	195,99127652	15,00872348
60	10,30000000	9,00000000	197,00000000	192,74452566	4,25547434
61	10,30000000	10,00000000	188,00000000	191,09756654	-3,09756654
62	10,30000000	11,00000000	188,00000000	192,56099706	-4,56099706
63	10,30000000	12,00000000	205,00000000	196,16712423	8,83287577
64	10,30000000	13,00000000	224,00000000	199,15525376	24,84474624
65	10,30000000	14,00000000	218,00000000	199,19500029	18,80499971
66	10,30000000	15,00000000	201,00000000	196,79181116	4,20818884
67	10,30000000	16,00000000	186,00000000	196,29327900	-10,29327900
68	10,30000000	17,00000000	187,00000000	204,56264872	-17,56264872
69	13,40000000	1,00000000	233,00000000	243,66682092	-10,66682092
70	13,40000000	2,00000000	269,00000000	244,57358038	24,42641962
71	13,40000000	3,00000000	241,00000000	232,37524771	8,62475229
72	13,40000000	4,00000000	210,00000000	213,88671516	-3,88671516
73	13,40000000	5,00000000	192,00000000	198,79845592	-6,79845592
74	13,40000000	6,00000000	189,00000000	194,27879469	-5,27879469
75	13,40000000	7,00000000	193,00000000	201,28170306	-8,28170306
76	13,40000000	8,00000000	228,00000000	214,31630646	13,68369354
77	13,40000000	9,00000000	247,00000000	224,65604506	22,34395494
78	13,40000000	10,00000000	216,00000000	225,24347132	-9,24347132
79	13,40000000	11,00000000	193,00000000	214,71590905	-21,71590905
80	13,40000000	12,00000000	186,00000000	198,43428526	-12,43428526
81	13,40000000	13,00000000	186,00000000	185,91335818	0,08664182
82	13,40000000	13,00000000	186,00000000	185,91335818	0,08664182
83	13,40000000	14,00000000	188,00000000	185,88316685	2,11683315
84	13,40000000	15,00000000	201,00000000	201,45866158	-0,45866158

O DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
85	13,40000000	16,00000000	220,00000000	227,93300565	-7,93300565
86	13,40000000	17,00000000	260,00000000	254,49510263	5,50489737
87	13,40000000	18,00000000	292,00000000	269,26643950	22,73356050
88	16,50000000	1,00000000	197,00000000	198,80290095	-1,80290095
89	16,50000000	2,00000000	213,00000000	206,33084098	6,66915902
90	16,50000000	3,00000000	211,00000000	209,30629315	1,69370685
91	16,50000000	4,00000000	205,00000000	207,05490549	-2,05490549
92	16,50000000	5,00000000	198,00000000	202,67911886	-4,67911886
93	16,50000000	6,00000000	191,00000000	200,96729860	-9,96729860
94	16,50000000	7,00000000	192,00000000	205,64448571	-13,64448571
95	16,50000000	8,00000000	210,00000000	217,31204060	-7,31204060
96	16,50000000	9,00000000	252,00000000	233,03848484	18,96151516
97	16,50000000	10,00000000	259,00000000	247,74057387	11,25942613
98	16,50000000	11,00000000	243,00000000	256,63013893	-13,63013893
99	16,50000000	12,00000000	245,00000000	257,50746344	-12,50746344
100	16,50000000	13,00000000	258,00000000	251,78336850	6,21663150
101	16,50000000	14,00000000	266,00000000	243,75081505	22,24918495
102	16,50000000	15,00000000	242,00000000	238,48841386	3,51158614
103	16,50000000	16,00000000	223,00000000	239,44478242	-16,44478242
104	16,50000000	17,00000000	245,00000000	246,90242496	-1,90242496
105	16,50000000	18,00000000	248,00000000	258,08068170	-10,08068170
106	16,50000000	19,00000000	241,00000000	268,82143661	-27,82143661
107	19,60000000	1,00000000	200,00000000	220,65516316	-20,65516316
108	19,60000000	2,00000000	196,00000000	183,89888061	12,10111939
109	19,60000000	3,00000000	193,00000000	174,83133140	18,16866860
110	19,60000000	4,00000000	193,00000000	187,56291787	5,43708213
111	19,60000000	5,00000000	195,00000000	209,04287569	-14,04287569
112	19,60000000	6,00000000	211,00000000	226,57365123	-15,57365123

...O DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
113	19,60000000	7,00000000	246,00000000	233,95144803	12,04855197
114	19,60000000	8,00000000	258,00000000	233,40011495	24,59988505
115	19,60000000	9,00000000	243,00000000	232,74812175	10,25187825
116	19,60000000	10,00000000	229,00000000	239,73069941	-10,73069941
117	19,60000000	11,00000000	258,00000000	256,68935156	1,31064844
118	19,60000000	12,00000000	288,00000000	278,62905069	9,37094931
119	19,60000000	13,00000000	304,00000000	295,76266171	8,23733829
120	19,60000000	14,00000000	308,00000000	299,25257161	8,74742839
121	19,60000000	15,00000000	275,00000000	287,07298302	-12,07298302
122	19,60000000	16,00000000	256,00000000	266,68043407	-10,68043407
123	19,60000000	17,00000000	262,00000000	252,65664005	9,34335995
124	19,60000000	18,00000000	280,00000000	259,99288682	20,00711318
125	19,60000000	19,00000000	303,00000000	296,00715734	6,99284266
126	22,70000000	5,00000000	224,00000000	231,23470773	-7,23470773
127	22,70000000	6,00000000	224,00000000	249,70104635	-25,70104635
128	22,70000000	7,00000000	270,00000000	265,72819676	4,27180324
129	22,70000000	8,00000000	309,00000000	274,32388864	34,67611136
130	22,70000000	9,00000000	284,00000000	274,39378660	9,60621340
131	22,70000000	10,00000000	255,00000000	268,88014617	-13,88014617
132	22,70000000	11,00000000	246,00000000	263,08207079	-17,08207079
133	22,70000000	12,00000000	246,00000000	262,01697723	-16,01697723
134	22,70000000	13,00000000	269,00000000	268,08538053	0,91461947
135	22,70000000	14,00000000	309,00000000	280,10605975	28,89394025
136	22,70000000	15,00000000	313,00000000	294,10237772	18,89762228
137	22,70000000	16,00000000	316,00000000	305,37685494	10,62314506
138	22,70000000	17,00000000	293,00000000	310,81177681	-17,81177681
139	22,70000000	18,00000000	275,00000000	310,25842078	-35,25842078
140	22,70000000	19,00000000	312,00000000	306,35351039	5,64648961

IDENTIFICATION DES FONCTIONS TRIGONOMETRIQUES

AJ	I DE SIN Y	I DE COS Y	J DE SIN X	J DE COSX
1	1	0	1	0
2	1	0	0	1
3	0	1	1	0
4	0	1	0	1
5	1	0	2	0
6	1	0	0	2
7	0	1	2	0
8	0	1	0	2
9	1	0	3	0
10	1	0	0	3
11	0	1	3	0
12	0	1	0	3
13	1	0	4	0
14	1	0	0	4
15	0	1	4	0
16	0	1	0	4
17	1	0	5	0
18	1	0	0	5
19	0	1	5	0
20	0	1	0	5
21	2	0	1	0
22	2	0	0	1
23	0	2	1	0
24	0	2	0	1
25	2	0	2	0
26	2	0	0	2
27	0	2	2	0
28	0	2	0	2
29	2	0	3	0
30	2	0	0	3
31	0	2	3	0

AJ	I DE SIN Y	I DE COS Y	J DE SIN X	J DE COSX
32	0	2	0	3
33	2	0	4	0
34	2	0	0	4
35	0	2	4	0
36	0	2	0	4
37	2	0	5	0
38	2	0	0	5
39	0	2	5	0
40	0	2	0	5
41	3	0	1	0
42	3	0	0	1
43	0	3	1	0
44	0	3	0	1
45	3	0	2	0
46	3	0	0	2
47	0	3	2	0
48	0	3	0	2
49	3	0	3	0
50	3	0	0	3
51	0	3	3	0
52	0	3	0	3
53	3	0	4	0
54	3	0	0	4
55	0	3	4	0
56	0	3	0	4
57	3	0	5	0
58	3	0	0	5
59	0	3	5	0
60	0	3	0	5
61	4	0	1	0
62	4	0	0	1

AJ	I DE SIN Y	I DE COS Y	J DE SIN X	J DE COSX
63	0	4	1	0
64	0	4	0	1
65	4	0	2	0
66	4	0	0	2
67	0	4	2	0
68	0	4	0	2
69	4	0	3	0
70	4	0	0	3
71	0	4	3	0
72	0	4	0	3
73	4	0	4	0
74	4	0	0	4
75	0	4	4	0
76	0	4	0	4
77	4	0	5	0
78	4	0	0	5
79	0	4	5	0
80	0	4	0	5
81	5	0	1	0
82	5	0	0	1
83	0	5	1	0
84	0	5	0	1
85	5	0	2	0
86	5	0	0	2
87	0	5	2	0
88	0	5	0	2
89	5	0	3	0
90	5	0	0	3
91	0	5	3	0
92	0	5	0	3
93	5	0	4	0

AJ	I DE SIN Y	I DE COS Y	J DE SIN X	J DE COSX
94	5	0	0	4
95	0	5	4	0
96	0	5	0	4
97	5	0	5	0
98	5	0	0	5
99	0	5	5	0
100	0	5	0	5

Expérience

La carte de la solution réelle de l'Appendice II a été échantillonnée, et deux séries d'expériences ont été faites. Dans la première série 80 altitudes ont été choisies à intervalle approximativement régulier sur 4 lignes parallèles et équidistantes. Les 4 lignes ont été orientées suivant les directions E-O, N-S, perpendiculaires et parallèles aux isocourbes de la carte. Les expériences 4.4, 4.3, 4.2, 4.1 correspondent à ces orientations. Dans la deuxième série les intervalles $(1 \leq X \leq 23)$, $(1 \leq Y \leq 20)$ ont été subdivisés à intervalles approximativement réguliers par les lignes parallèles aux axes, et les mailles rectangulaires ont été définies. Les altitudes ont été prises aux points d'intersection des mailles. Les expériences de 4.5 à 4.9 ont été faites sur 81,144,196,255 et 306 points respectivement.

Dans toutes les expériences, la valeur de F choisie pour contrôler l'inclusion ou l'exclusion des fonctions trigonométriques, était de 3.5.
La table 3.8.1 contient les résultats.
En raison de la limitation de la place en mémoire d'ordinateur, les nombres des termes harmoniques mis en concurrence ont été définis par la valeur maximum de m entier, satisfaisant les inégalités $4m^2 < n_i$ et $1 < m \leq 5$, où n_i est le nombre de points utilisés dans l'expérience i.
Le nombre de pas dans la table indique le dernier pas définissant le modèle linéaire d'optimum. L'appendice I inclut les données utilisées dans les expériences ainsi que les valeurs d'estimation correspondantes. Les cartes isométriques de 4.1 à 4.9 sont incluses dans l'appendice II.

TABLE 3.8.1

Expérience	Nombre de points	Ecart-type d'estimation	Coefficient de corrélation multiple	Indice de fidélité	Nombre de pas	Temps de calcul	No de carte
4.1	80(11)	11.8659	0.7959	951.40	10	6min.40sec.	4.1
4.2	80(⊥)	15.0305	0.8240	930.49	8	6min.42sec.	4.2
4.3	80(N-S)	16.2045	0.7817	677.82	14	7min. 3sec.	4.3
4.4	80(E-O)	19.5913	0.6962	604.74	6	4min.43sec.	4.4
4.5	81(maille)	23.8226	0.5683	500.89	6	4min.44sec.	4.5
4.6	144(maille)	19.3821	0.7209	399.70	15	10min.18sec.	4.6
4.7	196(maille)	15.9590	0.7976	332.76	18	10min.42sec.	4.7
4.8	255(maille)	16.2195	0.7817	332.38	18	12min.36sec.	4.8
4.9	306(maille)	16.2738	0.7834	325.42	22	12min.30sec.	4.9

ANALYSE DE VARIANCE

Expérience	Nombre de points	D.liberté numérateur	D.liberté dénominateur	S.des carrés (régression)	S.des carrés (résidu)	Valeur de F
4.1	80(11)	10	69	3.7896+004	9.7152+003	26.915
4.2	80(⊥)	8	71	7.5148+004	1.6040+004	41.579
4.3	80(N-S)	11	68	6.4908+004	1.8119+004	22.146
4.4	80(E-O)	6	73	6.4234+004	2.8019+004	27.892
4.5	81(maille)	6	74	5.5298+004	4.1996+004	16.240
4.6	144(maille)	15	128	1.2423+005	4.8086+004	22.046
4.7	196(maille)	18	177	1.7776+005	4.5081+004	38.773
4.8	255(maille)	18	236	2.2239+005	6.2085+004	46.965
4.9	306(maille)	21	284	2.7308+005	7.5475+004	48.931

MODELE 5

Si la surface correspondante à une propriété géophysique d'une région est compliquée, le nombre de termes trigonométriques nécessaire à mettre en concurrence dans l'algorithme d'Efroymson peut devenir trop élevé pour que la matrice des covariances puisse être conservée dans la mémoire d'ordinateur.
Pour pouvoir traiter les cas des surfaces compliquées, un programme a été écrit par l'auteur, qui est basé sur le principe de l'approximation locale. Le programme a la capacité de conserver tous les paramètres estimés de 500 modèles locaux, où chaque modèle local peut être préalablement défini par un polynôme en x et y de degré 1,2 ou 3. Les paramètres des polynômes locaux sont estimés au moyen du principe des moindres carrés en utilisant un nombre prédéfini de points de mesure distribués symétriquement au voisinage des centres des régions locales. Chaque modèle local estimé est "souplement" testé par rapport aux points utilisés dans l'estimation. Si la valeur estimée dans un point est sensiblement extérieure à l'intervalle

$$\{Z \text{ mesuré maximum local} - Z \text{ mesuré minimum local}\},$$

alors le modèle local correspondant est éliminé
Le modèle de la localité j, défini par un polynôme de degré 2 est de forme :

$$H_j(x+u_j, y+v_j) = a_{j0} + a_{j1}x + a_{j2}y + a_{j3}x^2 + a_{j4}xy + a_{j5}y^2 \qquad (3.26)$$

où (u_j, v_j) est le centre de la localité j.

Les centres des locaux sont définis par les points d'intersection des lignes équidistantes et parallèles aux axes x et y.

Les intervalles équidistants de la maille des centres locaux sont définis par

$$\left\{ \frac{(x_{max}-x_{min})}{m} \right\} \quad \text{et} \quad \left\{ \frac{(y_{max}-y_{min})}{m} \right\}$$

respectivement.

En raison de la limitation de la place en mémoire d'ordinateur, le nombre de subdivisions m est limité par la condition $1 \leq m^2 \leq 500$.

Pour calculer les cartes isométriques, les intervalles $(y_{max}-y_{min})$ et $(x_{max}-x_{min})$ sont subdivisés en 108 sous-intervalles égaux respectivement. En chacun des 108 x 108 points d'intersection, la valeur de la propriété géophysique est estimée à l'aide d'un modèle local choisi. Le modèle choisi est celui dont le centre local est le plus proche du point d'interpolation. Si la valeur prédite par le modèle choisi est sensiblement extérieure à l'intervalle

$$\left\{ Z \text{ mesuré maximum} - Z \text{ mesuré minimum} \right\}$$

le programme recherche les trois points plus proches mesurés, et la valeur de Z estimé est définie par la moyenne des trois points.

Afin de voir qu'en cas d'un nombre suffisant de mesures disposées sur une maille le processus produit une surface approximativement continue, considérons deux centres de localités voisines (u_j,v_j) et (u_i,v_i). Soit :

$$E_j \left\{ (x_{j1},y_{j1},z_{j1}),(x_{j2},y_{j2},z_{j2}),\ldots,(x_{jm},y_{jm},z_{jm}) \right\}$$

l'ensemble des m points au voisinage du centre de la localité j, et

$$E_i \left\{ (x_{i1},y_{i1},z_{i1}),(x_{i2},y_{i2},z_{i2}),\ldots,(x_{im},y_{im},z_{im}) \right\}$$

l'ensemble des m points au voisinage de la localité i.

Si le nombre de localités augmente, la distance

$$D_{ji} = \{(u_j - u_i)^2 + (v_j - v_i)^2\}^{1/2}$$

entre les centres j et i diminue. Si D_{ji} diminue, le nombre de points situés dans l'intersection $E_j \cap E_i$ des deux voisinages augmente, et par conséquent $\hat{H}_j(x+u_j, y+v_j) \longrightarrow \hat{H}_i(x+u_i, y+v_i)$.

Le programme imprime les quantités suivantes :

1) une table définissant les modèles locaux qui inclut
   a) N° du modèle local
   b) Coordonnée x et y du centre de la localité
   c) Les paramètres des modèles locaux estimés.
2) une table de résidus (en raison d'économie d'impression cette table n'est pas incluse dans la table 3.9), qui inclut :
   a) N° de mesure
   b) Coordonnées des points de mesure
   c) Valeurs de Z mesurées, estimées et le résidu.

La table 3.9 contient la solution du problème du professeur E. Poldini.

La carte isométrique corrspondante est la carte n° 5.

TABLE 3.9

LES PARAMETRES DES MODELES LOCAUX

MODELE	COORDONNEE X ET Y		PARAMETRES					
			0	1	2	3	4	5
1	1.1000	0.9500	265,2698	-21.4195	1,2166	3,1331	-0,3041	-0.4732
2	1.1000	1.9000	273,5611	-18,5954	-7,4350	2,0706	0,8077	0.6039
3	1.1000	2.8500	268,8271	-12,7067	-7,4350	0,9160	0,8077	0.6039
4	1.1000	3.8000	248,9477	-1.1164	1,2166	-0,8479	-0,3041	-0.4732
5	1.1000	4.7500	242,0772	-4,2581	2,0850	0,6452	-1,2903	-0.0089
6	1.1000	5.7000	263,1653	-6,1320	-7,2191	0,3497	-0,4519	0.8588
7	1.1000	7.6000	186,1839	6,1802	12,1127	-3,5069	0,5069	-0.5804
8	1.1000	8.5500	112,5083	1,6991	31,1106	-4,7788	1,8894	-1.8571
9	1.1000	9.5000	36,3188	6,5570	47,4490	-5,2627	1,6313	-2.7411
10	1.1000	10.4500	11,8412	7,8309	52,5319	-4,6221	1,2074	-2.9821
11	2.2000	0.9500	273,5611	-18,5954	-7,4350	2,0706	0,8077	0.6039
12	2.2000	1.9000	273,5611	-18,5954	-7,4350	2,0706	0,8077	0.6039
13	2.2000	2.8500	268,8271	-12,7067	-7,4350	0,9160	0,8077	0.6039
14	2.2000	3.8000	269,3655	-10,0507	-9,1984	0,8137	-0,1672	1.0497
15	2.2000	4.7500	190,0315	87,2312	-7,0674	-15,1978	-3,4025	1.1686
16	2.2000	7.6000	257,3134	-36,9831	4,3012	4,9318	0,8502	-0.2945

MODELE	COORDONNEE X ET Y		PARAMETRES					
			0	1	2	3	4	5
17	2.2000	8.5500	36,5232	111,3804	30,2431	-25,4477	1,3134	-1.8605
18	2.2000	9.5000	-2,1602	101,3618	40,2763	-23,8606	1,7043	-2.4244
19	3.3000	0.9500	268,8658	-12,1023	-8,1442	1,1763	0,2280	0,8190
20	3.3000	1.9000	260,2494	-11.2067	-0,5457	1,0875	0,1391	-0.6485
21	3,3000	2.8500	260,2494	-11,2067	-0,5457	1,0875	0,1391	-0.6485
22	3.3000	3.8000	244,2028	-5,7658	3,4053	0,2129	-0,0553	-0.7500
23	3.3000	7.6000	215,2379	-7,5153	5,9657	-0,4726	0,2570	-0.0682
24	3.3000	13.3000	899,1702	-26,3414	-94,3751	-0,7198	2,2660	3.1818
25	4,4000	0.9500	261,9767	-7.8271	-6,4462	0,8956	-1,1938	1.4074
26	4,4000	1.9000	261,9767	-7,8271	-6,4462	0,8956	-1,1938	1.4074
27	4,4000	2.8500	261,9767	-7,8271	-6,4462	0,8956	-1,1938	1.4074
28	4,4000	3.8000	213,0643	-0,7645	19,2244	-0,0514	-0,8959	-2,7483
29	4,4000	12.3500	296,5623	-20,8756	1,7981	-0,6086	1,8368	-0.6031
30	4.4000	13.3000	918,0816	28,4850	-107,8979	-0,1016	-1.9836	4.0587
31	5,5000	8.5500	260,7246	-6,7712	-4,2575	-0,1380	-0,2486	0.5446
32	5,5000	12.3500	644,9790	-64,9166	-40,1913	1,6058	3,4634	0,9015
33	5,5000	13.3000	475,0795	-31,7910	-27,4575	2,2919	0,1833	1.0657
34	5,5000	14.2500	822,2007	-39,0610	-71,4872	3,0200	-0,1026	2,5987
35	5,5000	15.2000	563,3369	8,9198	-51,6340	-0,1217	-0,7750	1.9542

MODELE	COORDONNEE X ET Y		PARAMETRES					
			0	1	2	3	4	5
36	6.6000	7.6000	326,7445	-26,6808	-7,2396	2,1332	-1,0867	1.0000
37	6.6000	8.5500	286,7644	-34.1222	9,2482	2,9094	-1,4345	0,0968
38	6.6000	13.3000	249,9783	-23,7458	8,3215	1,2079	0,3363	-0.4395
39	6.6000	14.2500	430,3060	64,4109	-56,9925	1,1329	-5,5909	3.1210
40	7,7000	6.6500	375,4041	-28,9105	-18,8724	1,6270	0,2147	1.2006
41	7,7000	7.6000	386,8842	-43,8018	-6,0661	2,4420	0,4918	0.1774
42	7,7000	10.4500	390,3896	-37,2188	-11,1212	2,1188	0,0941	0,6799
43	7,7000	17.1000	993,2881	-22,6112	-96,5582	2,0504	-0,6401	3,4232
44	8,8000	4,7500	205,1397	13,2472	-23,3176	-0,4029	-0,8346	2.3564
45	8,8000	7.6000	271,6692	-5,4650	-14,4179	0,0779	0,5770	0.5588
46	8,8000	10.4500	-1339,4541	362,2905	-3,4066	-20,5897	-0,2132	0.4274
47	8,8000	11.4000	-1493,9529	367,2449	23,0952	-20,5219	-0,7581	-0.6331
48	8,8000	12,3500	-1633,3048	358,7014	52,4838	-20,4476	-0,1640	-2.0101
49	8.8000	15.2000	-1244,2106	336.9041	10,2832	-20,6723	1,4985	-0.9730
50	8,8000	16,1500	822,9073	-73,8421	-34,5626	3,2615	1,0468	0,6499
51	8,8000	17.1000	1488,9155	-69,2311	-125,7687	3,5243	0,5985	3,7447
52	8,8000	18.0500	2164,8583	-51,3460	-222,5434	3,0793	-0,0645	7,0287
53	9,9000	11,4000	-74,7138	30,2794	21,8431	-0,3630	-2,1254	0,0430
54	9,9000	15.2000	2224,6666	-64,1561	-224,2335	1,4390	2,5030	6,4470

MODELE	COORDONNEE X ET Y		PARAMETRES					
			0	1	2	3	4	5
55	9,9000	16.1500	2263,3744	-65,0316	-229,1341	2,2306	1,6457	6,8536
56	9,9000	17.1000	2263,3744	-65,0316	-229,1341	2,2306	1,6457	6,8536
57	9,9000	18.0500	2733,1749	-63,0877	-290,4583	1,4758	2,4039	8,5978
58	11.0000	18.0500	782,9996	-7,5324	-74,9772	-1,4172	2,5591	1,7154
59	12,1000	4.7500	-3052,9049	571,3098	-34,4764	-24,0169	0,2612	2,7685
60	12,1000	7.6000	2411,7198	-403,7673	27,4647	17,4238	-0,5484	-1.1744
61	12,1000	11.4000	259,8507	-10,1240	1,0519	1,8474	-2,8969	1,3344
62	12,1000	12.3500	480,8788	-31,7487	-16,0690	2,1552	-1,4795	1,2985
63	12,1000	14,2500	1366,4901	-68,0367	-115,7947	0,6487	3,9233	2,6107
64	12,1000	18,0500	523,6497	-13,0287	-38,1390	-0,9673	2,3599	0,5860
65	13,2000	4,7500	230,1502	14,1883	-45,2928	-0,7036	0,9987	2,7070
66	13,2000	6,6500	111,2158	21,3577	-21,3565	-0,7943	0,1381	1,7448
67	13,2000	10,4500	273,1733	-30,9414	21,4795	1,4147	-0,0812	-1,0529
68	13,2000	13,3000	650,8705	-110,0638	35,3081	4,5963	-0,4687	-1,1362
69	13,2000	14,2500	-11,6439	-89,1755	108,3534	2,8653	1,2303	-4,3567
70	13,2000	15,2000	666,1719	-45,1333	-32,4275	-0,4561	3,9873	-0,3679
71	13,2000	16,1500	863,2190	-2,1496	-95,3131	-3,1656	5,5004	1,2090
72	13,2000	17,1000	225,9033	5,2329	-14,1355	0,1679	-0,1778	0,7299
73	13,2000	18,0500	-376,9891	14,5590	50,2015	-4,8251	7,0164	-3,9808

MODELE	COORDONNEE X ET Y		PARAMETRES					
			0	1	2	3	4	5
74	14.3000	3.8000	112,5421	35,0874	-51,7075	-1,7104	2,3305	1.4090
75	14.3000	7.6000	370,3691	-13,9948	-28,9683	0,1135	1,9357	0.4553
76	14.3000	13.3000	1182,0035	-96,6101	-61,1812	4,4960	-1.3416	3.0821
77	14.3000	14.2500	208,9224	6,1788	-22,7650	2,5436	-4,8179	3.4429
78	15,4000	5.7000	-431,8422	113,3424	-76,1078	-4,2687	2,5945	3.2674
79	15,4000	12,3500	490,0926	-7,4764	-49,3680	0,4821	0,6227	1,4810
80	15,4000	17,1000	-204,8759	71,3182	-31,4951	-0,2236	-3,4292	2.8961
81	15,4000	18.0500	274,9985	-15,4969	-4,2457	5,5189	-9,1973	4.7112
82	16,5000	9,5000	-119,4591	9,5375	54,7323	-0,7284	1,9677	-4.6667
83	16,5000	10,4500	604,7177	-2,4402	-80,7411	-0,8498	3,7327	0,9940
84	16,5000	16,1500	771,4183	25,9407	-107,8237	1,6909	-4,7097	6.0000
85	16,5000	18.0500	168,8049	19,6448	-26,2781	1,8995	-4,6328	3,3760
86	17,6000	3.8000	972,5550	-71,5003	-73,7872	1,6296	3,4386	1.6628
87	17,6000	4,7500	546,5405	-38,0342	-62,2857	0,7933	2,6136	2.1841
88	17,6000	9,5000	281,1379	-28,9690	26,6860	0,9960	-0,0707	-0.8951
89	17,6000	10.4500	7202,8634	-786,2075	1,5308	21,1104	2,5215	-1.6453
90	17,6000	11.4000	-251,5009	50,8922	-5,1443	-2,3837	3,5152	-2.1834
91	17,6000	13.3000	7245,1803	-808,9778	24,9994	22,9297	-0,3648	-0.7907
92	17,6000	14,2500	-579,8448	62,5526	26,8779	-0,7262	-1,6482	-0,0172

MODELE	COORDONNEE X ET Y		PARAMETRES					
			0	1	2	3	4	5
93	17,6000	15.2000	6457,3992	-743.0592	55,4808	22,7739	-4,4501	0.5174
94	17,6000	16.1500	1818,1705	-106,9573	-84,4095	2,7672	0,9890	2.0341
95	17,6000	17,1000	3008,6793	-156,6271	-176,8943	3,9129	1,5225	4,5747
96	17.6000	18.0500	806,3154	8.6393	-86,3867	1,3886	-3,1084	4,3410
97	18,7000	0.9500	738,2910	-52.5518	-26,0988	1,2761	1,0363	1.2941
98	18,7000	3,8000	260,3604	4,5309	-60,8584	-0,3930	2,8175	1,5156
99	18,7000	4,7500	257,7898	3,5324	-53,3187	-0,3511	2,6723	0.8685
100	18,7000	8.5500	53,2148	-41,4798	103,9103	2,5493	-5,4220	0.5795
101	18.7000	9,5000	-364,3185	62,6042	-9,7605	-1,6045	-0,1667	1.0058
102	18,7000	10,4500	-497,5301	62,3477	13,5246	-1,7496	-1,2804	0,9307
103	18,7000	11.4000	-573,5203	80,9661	8,0564	-2,3726	0,9884	-0.5673
104	18,7000	14,2500	-643,1179	99,7620	88,2878	-1,0584	1,7765	-4.5000
105	18,7000	15,2000	898,1973	-24.1607	-60,2295	0,4659	1,1464	1.0682
106	18,7000	16,1500	93,7505	44,2307	-39,7753	-0,7732	-0,3134	1.3547
107	18,7000	17,1000	1213,3042	73,0681	-207,2521	-2,1855	1,0457	5,6558
108	18,7000	18.0500	1941,0745	45,4715	-261,1569	-2,1214	2,4685	6.4532
109	19,8000	0,9500	343,2259	-4,5319	-61,0570	-0,1539	2,9090	1,3101
110	19,8000	1,9000	399,8436	-12,3481	-52,8730	0,1185	2,2186	1,9990
111	19,8000	4,7500	600,2312	-23,4431	-90,0420	0,1510	4,2853	1,4745

MODELE	COORDONNEE X ET Y		PARAMETRES					
			0	1	2	3	4	5
112	19,8000	5,7000	685,4980	-30,8932	-94,0975	0,4604	3,1975	4,0079
113	19,8000	6,6500	527,5798	-29,6652	-40,5499	0,6434	1,8169	1,4050
114	19,8000	9,5000	-364,3098	13,0765	95,0591	1,0666	-5,2258	0,1667
115	19,8000	10,4500	530,0305	18,9142	-91,6796	-0,0780	-1,3871	5,6667
116	19,8000	11,4000	143,3432	6[illegible],3221	-95,7269	-1,7820	0,6935	4,0000
117	19,8000	12,3500	-88,6543	33,0771	-6,5831	-1,5002	2,3272	-1,2202
118	19,8000	15,2000	-170,9322	37,5709	5,7217	-1,2727	1,3651	-1,2308
119	20,9000	4,7500	600,2311	-23,4431	-90,0420	0,1510	4,2833	1,4746
120	20,9000	8,5500	-865,6916	44,1100	130,3683	0,3111	-5,4071	-0,8605
121	20,9000	9,5000	-1102,1398	40,2690	164,3834	1,5456	-10,2849	1,4360
122	20,9000	11,4000	-1258,7071	126,6895	36,3853	-2,7609	-1,3295	-0,0872
123	20,9000	12,3500	18,1509	17,1611	0,0713	-0,5712	0,9086	-0,3958
124	20,9000	14,2500	-617,9815	56,2776	39,4408	-2,1789	2,5941	-3,1513
125	20,9000	15,2000	-634,2961	89,1794	-7,4108	-2,7501	1,9332	-1,0049
126	20,9000	16,1500	2851,3000	-191,9375	-72,8898	4,0132	1,6059	1,2138
127	20,9000	17,1000	180,8423	51,3035	-60,2312	-1,3267	0,5861	1,4891
128	20,9000	18,0500	180,8421	51,3035	-60,2312	-1,3267	0,5861	1,4891

Expérience

Les données contenues dans l'appendice I ont été utilisées. La table 3.9.1 contient les résultats.

TABLE 3.9.1

Expérience	Nombre de points	Nombre de modèles locaux	Indice de fidélité	Temps de calcul	No de carte
5.1	80(11)	170	1716	16min.10sec.	5.1
5.2	80(⊥)	170	1401	16min.36sec.	5.2
5.3	80(N-S)	173	1332	14min.27sec.	5.3
5.4	80(E-O)	143	937.40	14min.56sec.	5.4
5.5	81(maille)	273	442.31	13min.40sec.	5.5
5.6	144(maille)	192	363.46	14min.48sec.	5.6
5.7	196(maille)	196	276.80	16min.00sec.	5.7
5.8	255(maille)	151	246.49	16min.39sec.	5.8
5.9	306(maille)	149	204.57	17min.24sec.	5.9

Les centres des locaux (u_j,v_j) ont été définis dans les points d'intersection d'une maille de 19x19 points. Les intervalles équidistants en x et y sont 22/20 et 19/20 respectivement. Autour de chaque intersection de la maille, les 20 points les plus proches ont été recherchés par le programme et classifiés ensuite suivant l'appartenance à un des 6 secteurs azimutaux définis autour du point d'intersection. Pour estimer les paramètres des modèles locaux, 12 points - sur les 20 précédemment trouvés - sont choisis, de façon à ce que la variance de leurs indices de secteur azimutaux soit maximum. Les modèles locaux ont été définis par un polynôme de degré 2, correspondant à 6 paramètres chacun. Les nombres des modèles locaux dans la table 3.9.1 correspondent aux modèles qui n'ont pas été éliminés par les tests locaux.

Les cartes isométriques de 5.1 à 5.9 sont inclus dans l'Appendice II

CONCLUSION

1) Une comparaison des cartes correspondant aux différentes expériences avec la carte de la solution réelle de l'Appendice II montre qu'en cas de mesures situées sur une maille, l'indice de fidélité est une mesure consistante et inverse de l'amélioration de la représentation graphique.

2) La table 4.1 donne la classification des modèles 1,2,3,4 et 5 dans l'ordre de la fidélité de représentation graphique décroissante.

   De la table 4.1 il est apparu :

   a) la fidélité de représentation de chaque modèle s'améliore avec le nombre des données;

   b) la performance de chaque modèle s'améliore sensiblement si la différence des intervalles équidistants en x et y diminue;

   c) la représentation par les modèles 1,2 et 3 s'améliore lentement avec l'augmentation du nombre des données;

   d) dans ce problème, les modèles 1,2 et 3 ne produisent pas de résultats satisfaisants.

3) Une comparaison des résultats de la table 3.8.1 avec les résultats de la table 3.9.1 indique que :

   a) lorsque le nombre total de points est très limité et que ces derniers sont serrés sur les lignes parallèles relativement espacées, l'approximation au moyen d'une double somme trigonométrique (Modèle 4) produit de meilleures représentations que les polynômes locaux (Modèle 5).

TABLE 4.1

Nombre des données	140		196		255	
ORDRE	Modèle	Indice de fidélité	Modèle	Indice de fidélité	Modèle	Indice de fidélité
1	4	570.07	5	276.80	5	246.49
2	1	667.21	4	332.76	4	332.58
3	2	667.21	3	471.51	3	462.71
4	5	672.94	1	600.41	1	599.49
5	3	839.99	2	610.52	2	609.90

b) la comparaison visuelle des cartes 4.1, 4.2, 4.3 et 4.4, tracées à partir d'un nombre de points limités, montre que le résultat obtenu est meilleur si les points sont situés sur les droites perpendiculaires aux courbes isométriques de la carte de la solution réelle.

c) Au cas où les points de mesure constituent une maille régulière, la représentation au moyen du modèle 5 (polynômes locaux) est sensiblement meilleure qu'au moyen du modèle 4 (double somme trigonométrique).

d) La représentation de la solution réelle est meilleure lorsqu'on augmente le nombre de points de mesure. Cette amélioration est plus rapide si l'on utilise les modèles de polynômes locaux (Modèle 5) plutôt que la double somme trigonométrique à nombre de termes fixes (Modèle 4).

e) Dans ce problème, les modèles trigonométriques (Modèle 4) et les modèles de polynômes locaux (Modèle 5) produisent des résultats satisfaisants.

Les résultats des expériences 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8 et 5.9 sont représentés sur la figure 4.1, qui montre la variation de l'indice de fidélité u en fonction du nombre des données n.

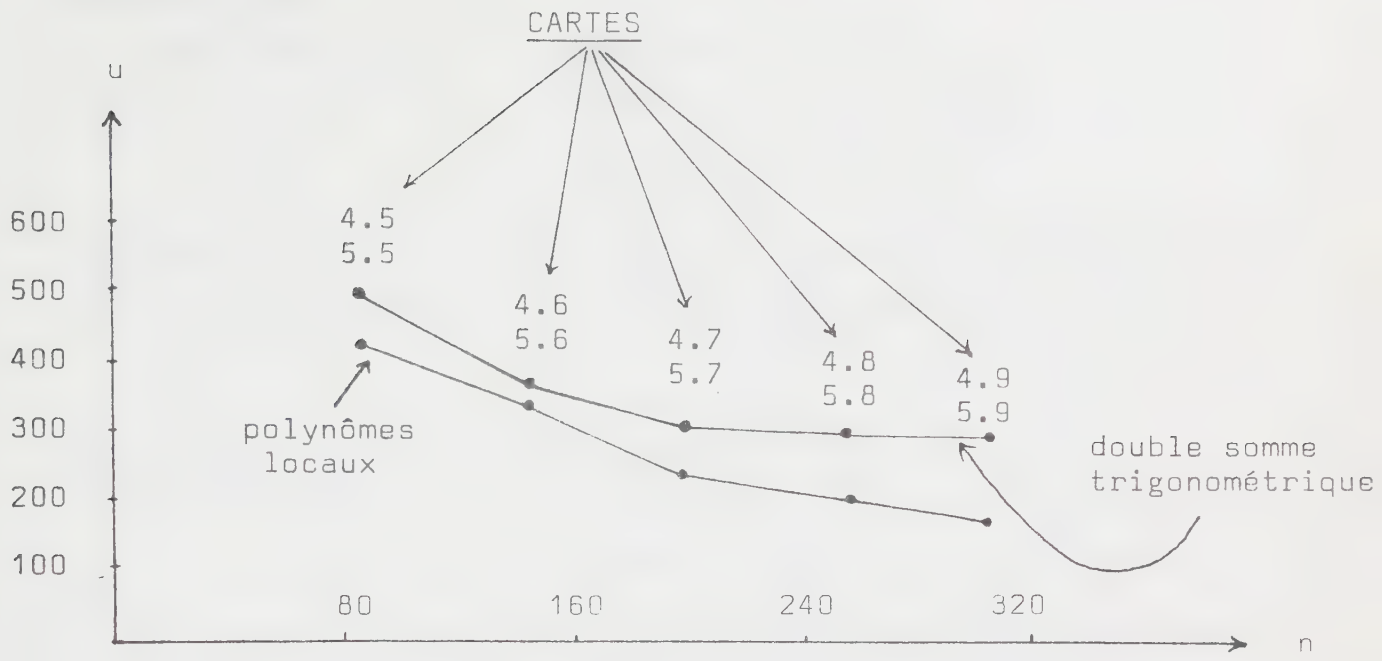


fig. 4.1

Une comparaison visuelle des courbes de la figure 4.1 et des cartes correspondantes de l'Appendice II donne une idée du nombre approximatif de points de mesure nécessaires pour représenter la surface de la solution réelle.

Les courbes de fidélité obtenues sont spécifiques par rapport à la surface traitée et les méthodes d'approximation objectives. Il est possible cependant de calculer les courbes de fidélité approximatives pour les régions à prospecter. En effet, lors d'une prospection géophysique, souvent il est possible de faire un nombre limité d'hypothèses concernant la forme, l'orientation et les dimensions minima des anomalies présentant un intérêt économique. Grâce à ces hypothèses, des modèles de cartes isométriques peuvent être construits et soumis ensuite à un échantillonnage systématique. L'utilisation des programmes écrits permet de tracer les courbes de fidélité, d'où le type d'échantillonnage le plus avantageux peut être déterminé.

BIBLIOGRAPHIE

(1) BERZTISS,A.T., Least squares fitting of polynomials to irregularly spaced data. Siam Rev. 6 (1964), pp.203-227

(2) BROWNLEE,K.A., Statistical theory and methodology in science and engineering Wiley, 1966.

(3) DAVIES, O.L., Statistical methods in research and production Oliver and Boyd, 1957, London

(4) DIXON, W.J., Biomedical computer programs University California press, 1968.

(5) EFROYMSON, M.A., Multiple regression analysis. Mathematical methods for digital computers, part V (17), edited by A. Ralston and H.S. Wilf Wiley, 1960

(6) FELLER, W., An introduction to probability theory and its applications, Vol. I Wiley, 1966.

(7) FORSITHE,G.E., Generation and use of orthogonal polynomials for data-fitting with a digital computer J.Siam, 5 (1957), pp.74-88

(8) JAMES,W.R., Fortran IV program using double Fourier series for surface fitting of irregularly spaced data State geological survey, university of Kansas, Lawrance, 1966.

(9) LANCZOS,C., Applied analysis
Prentice Hall, 1961.

(10) MOOD,A.M. et GRAYBILL,F.A., Introduction to the theory of statistics
Mc Graw-Hill, 1963.

(11) PARZEN,E., Modern probability theory and its applications.
Wiley, 1960.

(12) POLDINI,E., Quelques considérations sur l'interprétation géophysique
Bulletin de la Société vaudoise des sciences naturelles, Vol.62 No 262, pp. 403-410.

(13) POMENTALE,T., Bivariate leas square polynomials (PSI1)
Long write-up, Bibliothèque de programmes, CERN.

(14) SCHEID, F., Numerical analysis
Schumps outline series
Mc Graw-Hill, 1968.

(15) SPIEGEL,M.R., Advanced calculus.
Schumps outline series
Schumps publishing Co, 1963.

(16) WEISFELO, M., Orthogonal polynomials in several variables
Num.Math.1 (1959), pp.38-40.

APPENDICE I

TABLE 1

O DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
1	2.00000000	15.30000000	185.00000000	190.48116121	-5.48116121
2	2.80000000	15.60000000	201.00000000	201.68541146	-0.68541146
3	3.50000000	16.00000000	208.00000000	211.98154961	-3.98154961
4	4.20000000	16.30000000	217.00000000	218.68238445	-1.68238445
5	4.90000000	16.60000000	225.00000000	222.28308700	2.71691300
6	5.70000000	17.00000000	238.00000000	222.28406393	15.71593607
7	6.40000000	17.30000000	225.00000000	218.66009335	6.33990665
8	7.10000000	17.60000000	203.00000000	212.57614070	-9.57614070
9	7.90000000	18.00000000	201.00000000	203.56140736	-2.56140736
10	8.70000000	18.40000000	190.00000000	194.33348710	-4.33348710
11	9.40000000	18.70000000	180.00000000	187.53390782	-7.53390782
12	2.00000000	8.80000000	263.00000000	269.96207423	-6.96207423
13	2.80000000	9.20000000	241.00000000	257.80156755	-16.80156755
14	3.50000000	9.50000000	260.00000000	246.07830865	13.92169135
15	4.20000000	9.90000000	250.00000000	232.34093997	17.65906003
16	4.90000000	10.20000000	218.00000000	221.05776143	-3.05776143
17	5.70000000	10.60000000	200.00000000	209.81667038	-9.81667038
18	6.40000000	10.90000000	197.00000000	202.76027614	-5.76027614
19	7.10000000	11.30000000	195.00000000	198.38202349	-3.38202349
20	7.90000000	11.60000000	193.00000000	195.58851174	-2.58851174
21	8.70000000	12.00000000	195.00000000	195.66775972	-0.66775972
22	9.40000000	12.30000000	197.00000000	196.58613610	0.41386390
23	10.20000000	12.70000000	199.00000000	198.70741309	0.29258691
24	11.00000000	13.00000000	225.00000000	200.43258874	24.56741126
25	11.80000000	13.40000000	213.00000000	202.13671362	10.86328638
26	12.60000000	13.80000000	200.00000000	203.02678089	-3.02678089
27	13.30000000	14.10000000	192.00000000	203.71579671	-11.71579671
28	14.10000000	14.40000000	180.00000000	205.04511847	-25.04511847

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
29	14.80000000	14.80000000	190.00000000	204.90043662	-14.90043662
30	15.50000000	15.20000000	200.00000000	205.30811051	-5.30811051
31	16.30000000	15.50000000	248.00000000	208.97062593	39.02937407
32	17.00000000	15.80000000	250.00000000	212.92512405	37.07487595
33	17.80000000	16.20000000	213.00000000	218.52314368	-5.52314368
34	18.50000000	16.50000000	208.00000000	225.00010915	-17.00010915
35	19.30000000	16.90000000	224.00000000	233.19928538	-9.19928538
36	20.00000000	17.20000000	224.00000000	240.70385052	-16.70385052
37	20.80000000	17.60000000	241.00000000	248.69300218	-7.69300218
38	21.60000000	18.00000000	258.00000000	254.88720214	3.11279786
39	22.30000000	18.30000000	275.00000000	257.89539615	17.10460385
40	2.00000000	2.30000000	250.00000000	243.41952056	6.58047944
41	2.80000000	2.70000000	241.00000000	241.82475118	-0.82475118
42	3.50000000	3.00000000	250.00000000	237.52238525	12.47761475
43	4.20000000	3.40000000	242.00000000	232.50391800	9.49608200
44	4.90000000	3.70000000	224.00000000	225.25870907	-1.25870907
45	5.70000000	4.00000000	204.00000000	216.14071450	-12.14071450
46	6.40000000	4.40000000	200.00000000	209.23197021	-9.23197021
47	7.10000000	4.70000000	213.00000000	202.34207417	10.65792583
48	7.90000000	5.10000000	200.00000000	195.63585959	4.36414041
49	8.70000000	5.50000000	190.00000000	190.19716443	-0.19716443
50	9.40000000	5.80000000	185.00000000	187.13438253	-2.13438253
51	10.20000000	6.20000000	180.00000000	184.76572033	-4.76572033
52	11.00000000	6.50000000	185.00000000	185.38886808	-0.38886808
53	11.80000000	6.90000000	188.00000000	186.79993584	1.20006416
54	12.60000000	7.30000000	192.00000000	190.34723919	1.65276081
55	13.30000000	7.70000000	195.00000000	195.08731339	-0.08731339
56	14.10000000	8.00000000	198.00000000	202.76115720	-4.76115720

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
57	14.80000000	8.40000000	200.00000000	210,62040703	-10,62040703
58	15.50000000	8.70000000	213.00000000	218,73062141	-5,73062141
59	16.30000000	9.00000000	239.00000000	227.23650820	11,76349180
60	17.00000000	9.40000000	248.00000000	234,52468278	13,47531722
61	17.80000000	9.80000000	241.00000000	240,05289553	0,94710447
62	18.50000000	10.10000000	238.00000000	241,90196604	-3,90196604
63	19.30000000	10.50000000	225.00000000	240,73723618	-15,73723618
64	20.00000000	10.80000000	225.00000000	236,74452559	-11,74452559
65	20.80000000	11.20000000	224.00000000	229,41245542	-5,41245542
66	21.60000000	11.50000000	224.00000000	220,81283755	3,18716245
67	22.30000000	11.90000000	225.00000000	212,63705241	12,36294759
68	10.20000000	19.00000000	195.00000000	181,78576491	13,21423509
69	14.10000000	1.70000000	262.00000000	259,45529521	2,54470479
70	14.80000000	2.80000000	268.00000000	252,80957598	15,19042402
71	15.50000000	2.40000000	250.00000000	251,98525162	-1,98525162
72	16.30000000	2.80000000	225.00000000	238,35710096	-13,35710096
73	17.00000000	3.10000000	218.00000000	224,19140269	-6,19140269
74	17.80000000	3.50000000	201.00000000	207,34431688	-6,34431688
75	18.50000000	3.80000000	195.00000000	195,35251892	-0,35251892
76	19.30000000	4.20000000	185.00000000	186,66850979	-1,66850979
77	20.00000000	4.50000000	185.00000000	184,48962388	0,51037612
78	20.80000000	4.90000000	195.00000000	188,97974485	6,02025515
79	21.60000000	5.30000000	205.00000000	199,28255589	5,71744411
80	22.30000000	5.60000000	210.00000000	210,35004548	-0,35004548

TABLE 2

O DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
1	2.00000000	9.80000000	275.00000000	252.19648674	22.80351326
2	2.20000000	9.10000000	256.00000000	248.52526507	7.47473492
3	2.50000000	8.40000000	238.00000000	240.51062760	-2.51062760
4	2.80000000	7.90000000	225.00000000	231.94595711	-6.94595711
5	3.00000000	7.20000000	220.00000000	226.40941858	-6.40941858
6	3.40000000	6.50000000	215.00000000	219.51188050	-4.51188050
7	3.70000000	5.90000000	219.00000000	218.49197746	0.50802254
8	4.00000000	5.20000000	220.00000000	222.02244273	-2.02244273
9	4.30000000	4.60000000	239.00000000	226.25976465	12.74023535
10	4.50000000	4.00000000	241.00000000	230.87408686	10.12591314
11	4.80000000	3.40000000	231.00000000	232.20340755	-1.20340755
12	5.10000000	2.70000000	213.00000000	228.71817771	-15.71817771
13	5.50000000	2.00000000	228.00000000	218.83800643	9.16199357
14	4.90000000	19.00000000	250.00000000	270.29782429	-20.29782429
15	5.20000000	18.30000000	238.00000000	241.87443577	-3.87443577
16	5.50000000	17.60000000	238.00000000	221.10721844	16.89278156
17	5.80000000	17.00000000	232.00000000	209.78462906	22.21537094
18	6.10000000	16.40000000	215.00000000	204.08368933	10.91631067
19	6.40000000	15.70000000	193.00000000	203.22265855	-10.22265855
20	6.70000000	15.00000000	186.00000000	205.02795743	-19.02795743
21	6.90000000	14.40000000	200.00000000	207.86433095	-7.86433095
22	7.20000000	13.70000000	225.00000000	208.02745444	16.97254556
23	7.50000000	13.10000000	242.00000000	205.00972604	36.99027396
24	7.80000000	12.40000000	200.00000000	201.06369149	-1.06369149
25	8.10000000	11.70000000	196.00000000	196.63635947	-0.63635947
26	8.40000000	11.10000000	185.00000000	193.13528458	-8.13528458
27	8.70000000	10.40000000	180.00000000	192.11274979	-12.11274979
28	8.90000000	9.80000000	188.00000000	193.07745570	-5.07745570

O DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
29	9.20000000	9.20000000	198.00000000	195.49376299	2.50623701
30	9.50000000	8.50000000	200.00000000	198.68204873	1.31795127
31	9.70000000	7.90000000	200.00000000	199.87273679	0.12726321
32	10.00000000	7.20000000	193.00000000	200.13251333	-7.13251333
33	10.30000000	6.50000000	185.00000000	198.10024196	-13.10024196
34	10.60000000	5.90000000	182.00000000	195.58640883	-13.58640883
35	10.90000000	5.20000000	190.00000000	193.43451821	-3.43451821
36	11.20000000	4.60000000	195.00000000	195.07345269	-0.07345269
37	11.40000000	4.00000000	200.00000000	202.54734109	-2.54734109
38	11.70000000	3.40000000	225.00000000	217.26315057	7.73684943
39	12.00000000	2.70000000	259.00000000	244.92518190	14.07481810
40	12.30000000	2.00000000	280.00000000	282.52566462	-2.52566462
41	11.80000000	19.00000000	216.00000000	202.22043628	13.77956372
42	12.10000000	18.30000000	200.00000000	203.32199696	-3.32199696
43	12.40000000	17.60000000	196.00000000	197.87561436	-1.87561436
44	12.70000000	17.00000000	189.00000000	189.77376717	-0.77376717
45	13.00000000	16.40000000	182.00000000	180.52484609	1.47515391
46	13.20000000	15.70000000	180.00000000	169.31980752	10.68019248
47	13.50000000	15.00000000	182.00000000	164.41680513	17.58319487
48	13.80000000	14.40000000	183.00000000	167.03090528	15.96909472
49	14.10000000	13.70000000	182.00000000	175.83570458	6.16429542
50	14.40000000	13.10000000	180.00000000	189.29367953	-9.29367953
51	14.60000000	12.40000000	190.00000000	202.68770353	-12.68770353
52	14.90000000	11.70000000	200.00000000	218.15024407	-18.15024407
53	15.20000000	11.10000000	218.00000000	228.55019093	-10.55019093
54	15.50000000	10.40000000	237.00000000	232.81150964	4.18849036
55	15.80000000	9.80000000	266.00000000	230.62293516	35.37706484
56	16.00000000	9.20000000	250.00000000	223.28698739	26.71301261

NO DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
57	16.30000000	8.50000000	200.00000000	211.52749463	-11.52749463
58	16.60000000	7.90000000	193.00000000	200.90157887	-7.90157887
59	16.90000000	7.20000000	182.00000000	191.64905187	-9.64905187
60	17.20000000	6.50000000	183.00000000	187.89970246	-4.89970246
61	17.50000000	5.90000000	193.00000000	189.72056496	3.27943504
62	17.80000000	5.20000000	198.00000000	196.16856791	1.83143209
63	18.00000000	4.60000000	199.00000000	202.67042723	-3.67042723
64	18.30000000	4.00000000	198.00000000	208.54737888	-10.54737888
65	18.60000000	3.40000000	193.00000000	210.47225252	-17.47225252
66	18.80000000	2.70000000	193.00000000	204.43823768	-11.43823768
67	19.10000000	2.00000000	198.00000000	190.21951586	7.78048414
68	18.70000000	19.00000000	300.00000000	299.72165599	0.27834401
69	19.00000000	18.30000000	293.00000000	275.45070563	17.54929437
70	19.30000000	17.60000000	268.00000000	261.91316283	6.08683717
71	19.50000000	17.00000000	220.00000000	258.54520070	-38.54520070
72	19.80000000	16.40000000	233.00000000	261.05790082	-28.05790082
73	20.10000000	15.70000000	256.00000000	268.03809753	-12.03809753
74	20.40000000	15.00000000	300.00000000	275.32210038	24.67789962
75	20.70000000	14.40000000	305.00000000	278.50899976	26.49100024
76	20.90000000	13.70000000	300.00000000	280.27952629	19.72047371
77	21.20000000	13.10000000	275.00000000	275.52482589	-0.52482589
78	21.50000000	12.40000000	263.00000000	267.79082266	-4.79082266
79	21.80000000	11.70000000	225.00000000	259.12411582	-34.12411582
80	22.10000000	11.10000000	242.00000000	252.31699318	-10.31699318

T A B L E 3

) DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
1	2.50000000	19.00000000	255.00000000	265.99664360	-10.99664360
2	2.50000000	18.20000000	252.00000000	249.74795833	2.25204167
3	2.50000000	17.30000000	236.00000000	230.18586379	5.81413621
4	2.50000000	16.30000000	218.00000000	212.28350076	5.71649924
5	2.50000000	15.40000000	200.00000000	203.53094121	-3.53094121
6	2.50000000	14.60000000	180.00000000	203.03162749	-23.03162749
7	2.50000000	13.80000000	213.00000000	209.04963312	3.95036688
8	2.50000000	12.90000000	227.00000000	221.54254323	5.45745677
9	2.50000000	12.00000000	233.00000000	236.59796144	-3.59796144
10	2.50000000	11.10000000	263.00000000	250.22698335	12.77301665
11	2.50000000	10.20000000	260.00000000	259.12498041	0.87501959
12	2.50000000	9.40000000	250.00000000	261.60023437	-11.60023437
13	2.50000000	8.50000000	240.00000000	258.37711142	-18.37711142
14	2.50000000	7.70000000	243.00000000	251.66514039	-8.66514039
15	2.50000000	6.80000000	225.00000000	242.70287667	-17.70287667
16	2.50000000	5.90000000	224.00000000	235.77376180	-11.77376180
17	2.50000000	5.10000000	250.00000000	233.86742470	16.13257530
18	2.50000000	4.20000000	253.00000000	238.10599673	14.89400327
19	2.50000000	3.30000000	255.00000000	248.94019191	6.05980809
20	2.50000000	2.40000000	241.00000000	264.23156954	-23.23156954
21	8.70000000	19.00000000	188.00000000	189.94838459	-1.94838459
22	8.70000000	18.20000000	192.00000000	191.30939432	0.69060568
23	8.70000000	17.30000000	183.00000000	195.89023017	-12.89023017
24	8.70000000	16.30000000	197.00000000	202.70431200	-5.70431200
25	8.70000000	15.40000000	210.00000000	208.38504795	1.61495205
26	8.70000000	14.60000000	218.00000000	211.77792350	6.22207650
27	8.70000000	13.80000000	237.00000000	212.88875569	24.11124431
28	8.70000000	12.90000000	213.00000000	211.15359284	1.84640716

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
29	8.70000000	12.00000000	193.00000000	206.64998699	-13.64998699
30	8.70000000	11.10000000	188.00000000	200.37649947	-12.37649947
31	8.70000000	10.20000000	182.00000000	193.69571555	-11.69571555
32	8.70000000	9.40000000	190.00000000	188.57129287	1.42870713
33	8.70000000	8.50000000	195.00000000	184.83640982	10.16359018
34	8.70000000	7.70000000	190.00000000	183.96974417	6.03025583
35	8.70000000	6.80000000	182.00000000	186.07550403	-4.07550403
36	8.70000000	5.90000000	188.00000000	191.32343929	-3.32343929
37	8.70000000	5.10000000	195.00000000	198.23830390	-3.23830390
38	8.70000000	4.20000000	199.00000000	207.93221350	-8.93221350
39	8.70000000	3.30000000	220.00000000	218.98139698	1.01860302
40	8.70000000	2.40000000	238.00000000	230.80434828	7.19565172
41	14.90000000	19.00000000	258.00000000	274.03705547	-16.03705547
42	14.90000000	18.20000000	241.00000000	241.50403569	-0.50403569
43	14.90000000	17.30000000	213.00000000	210.01647102	2.98352898
44	14.90000000	16.30000000	195.00000000	186.98656052	8.01343948
45	14.90000000	15.40000000	195.00000000	179.34376488	15.65623512
46	14.90000000	14.60000000	191.00000000	182.22346833	8.77653167
47	14.90000000	13.80000000	190.00000000	191.70769531	-1.70769531
48	14.90000000	12.90000000	191.00000000	205.94898973	-14.94898973
49	14.90000000	12.00000000	198.00000000	218.95278356	-20.95278356
50	14.90000000	11.10000000	213.00000000	226.54038350	-13.54038350
51	14.90000000	10.20000000	250.00000000	226.65761106	23.34238894
52	14.90000000	9.40000000	260.00000000	220.88870263	39.11129737
53	14.90000000	8.50000000	210.00000000	210.38142841	-0.38142841
54	14.90000000	7.70000000	192.00000000	200.87184373	-8.87184373
55	14.90000000	6.80000000	180.00000000	194.30813989	-14.30813989
56	14.90000000	5.90000000	190.00000000	195.84397236	-5.84397236

...0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
57	14.90000000	5.10000000	203.00000000	205.58954817	-2.58954817
58	14.90000000	4.20000000	225.00000000	225.42966936	-0.42966936
59	14.90000000	3.30000000	252.00000000	251.65160968	0.34839032
60	14.90000000	2.40000000	262.00000000	279.28810643	-17.28810643
61	21.50000000	19.00000000	288.00000000	264.87376565	23.12623435
62	21.50000000	18.20000000	250.00000000	271.52675042	-21.52675042
63	21.50000000	17.30000000	275.00000000	275.59194932	-0.59194932
64	21.50000000	16.30000000	263.00000000	274.96324823	-11.96324823
65	21.50000000	15.40000000	303.00000000	270.25932540	32.74067460
66	21.50000000	14.60000000	290.00000000	264.03229054	25.96770946
67	21.50000000	13.80000000	260.00000000	257.37995303	2.62004697
68	21.50000000	12.90000000	258.00000000	251.16622036	6.83377963
69	21.50000000	12.00000000	225.00000000	247.71327109	-22.71327109
70	21.50000000	11.10000000	225.00000000	247.50359264	-22.50359264
71	21.50000000	10.20000000	250.00000000	249.84802407	0.15197593
72	21.50000000	9.40000000	275.00000000	252.72438153	22.27561847
73	21.50000000	8.50000000	296.00000000	254.83188853	41.16811147
74	21.50000000	7.70000000	288.00000000	254.00693695	33.99306305
75	21.50000000	6.80000000	263.00000000	248.63596621	14.36403379
76	21.50000000	5.90000000	213.00000000	238.15952126	-25.15952126
77	21.50000000	5.10000000	202.00000000	225.29174868	-23.29174868
78	21.50000000	4.20000000	200.00000000	208.79142197	-8.79142197
79	21.50000000	3.30000000	200.00000000	193.06701012	6.93298988
80	21.50000000	2.40000000	203.00000000	181.36545391	21.63454609

TABLE 4

O DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
1	2.50000000	19.00000000	255.00000000	237.99838614	17.00161386
2	3.50000000	19.00000000	255.00000000	236.71136899	18.28863101
3	4.50000000	19.00000000	251.00000000	233.07135931	17.92864069
4	5.50000000	19.00000000	227.00000000	227.57097055	-0.57097055
5	6.50000000	19.00000000	213.00000000	220.96650691	-7.96650691
6	7.50000000	19.00000000	201.00000000	214.19170525	-13.19170525
7	8.50000000	19.00000000	190.00000000	208.25069067	-18.25069067
8	9.50000000	19.00000000	180.00000000	204.10189657	-24.10189657
9	10.50000000	19.00000000	193.00000000	202.54571648	-9.54571648
10	11.50000000	19.00000000	210.00000000	204.12828444	5.87171556
11	12.50000000	19.00000000	235.00000000	209.07206099	25.92793901
12	13.50000000	19.00000000	250.00000000	217.24101977	32.75898023
13	14.50000000	19.00000000	250.00000000	228.14449595	21.85550405
14	15.50000000	19.00000000	264.00000000	240.97957631	23.02042369
15	16.50000000	19.00000000	205.00000000	254.70773424	-49.70773424
16	17.50000000	19.00000000	258.00000000	268.15769362	-10.15769362
17	18.50000000	19.00000000	291.00000000	280.14364666	10.85635334
18	19.50000000	19.00000000	300.00000000	289.58626153	10.41373847
19	20.50000000	19.00000000	288.00000000	295.62358053	-7.62358053
20	21.50000000	19.00000000	288.00000000	297.69996551	-9.69996551
21	2.50000000	13.40000000	226.00000000	249.52450319	-23.52450319
22	3.50000000	13.40000000	213.00000000	244.12647052	-31.12647052
23	4.50000000	13.40000000	220.00000000	237.79785596	-17.79785596
24	5.50000000	13.40000000	233.00000000	230.91218496	2.08781504
25	6.50000000	13.40000000	238.00000000	223.96702104	14.03297896
26	7.50000000	13.40000000	233.00000000	217.53685522	15.46314478
27	8.50000000	13.40000000	237.00000000	212.21574682	24.78425318
28	9.50000000	13.40000000	233.00000000	208.55579341	24.44420659

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
29	10.50000000	13.40000000	227.00000000	207.00801509	19.99198491
30	11.50000000	13.40000000	218.00000000	207.87203516	10.12796484
31	12.50000000	13.40000000	200.00000000	211.26004513	-11.26004513
32	13.50000000	13.40000000	190.00000000	217.07905314	-27.07905314
33	14.50000000	13.40000000	183.00000000	225.03349052	-42.03349052
34	15.50000000	13.40000000	200.00000000	234.64809725	-34.64809725
35	16.50000000	13.40000000	240.00000000	245.30885743	-5.30885743
36	17.50000000	13.40000000	258.00000000	256.31783962	1.68216038
37	18.50000000	13.40000000	293.00000000	266.95632201	26.04367799
38	19.50000000	13.40000000	306.00000000	276.54970782	29.45029218
39	20.50000000	13.40000000	304.00000000	284.52795414	19.47204586
40	21.50000000	13.40000000	250.00000000	290.47257055	-40.47257055
41	2.50000000	7.70000000	241.00000000	238.17286195	2.82713805
42	3.50000000	7.70000000	218.00000000	225.69501390	-7.69501390
43	4.50000000	7.70000000	213.00000000	215.17223573	-2.17223573
44	5.50000000	7.70000000	197.00000000	206.69702376	-9.69702376
45	6.50000000	7.70000000	192.00000000	200.20091493	-8.20091493
46	7.50000000	7.70000000	180.00000000	195.48876567	-15.48876567
47	8.50000000	7.70000000	190.00000000	192.28435842	-2.28435842
48	9.50000000	7.70000000	198.00000000	190.28173166	7.71826834
49	10.50000000	7.70000000	199.00000000	189.19609255	9.80390745
50	11.50000000	7.70000000	198.00000000	188.80831593	9.19168407
51	12.50000000	7.70000000	197.00000000	188.99783979	8.00216021
52	13.50000000	7.70000000	196.00000000	189.76014615	6.23985385
53	14.50000000	7.70000000	192.00000000	191.23681917	0.76318083
54	15.50000000	7.70000000	190.00000000	193.54815168	-3.54815168
55	16.50000000	7.70000000	191.00000000	197.06042946	-6.06042946
56	17.50000000	7.70000000	192.00000000	202.04153788	-10.04153788

NO DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
57	18.50000000	7.70000000	190.00000000	208.76025971	-18.76025971
58	19.50000000	7.70000000	224.00000000	217.40515417	6.59484583
59	20.50000000	7.70000000	258.00000000	228.03918589	29.96081411
60	21.50000000	7.70000000	288.00000000	240.56569054	47.43430945
61	2.50000000	2.00000000	238.00000000	214.75770006	23.24229994
62	3.50000000	2.00000000	226.00000000	216.30756850	9.69243150
63	4.50000000	2.00000000	224.00000000	220.78230608	3.21769492
64	5.50000000	2.00000000	227.00000000	227.66655072	-0.66655072
65	6.50000000	2.00000000	230.00000000	236.16629213	-6.16629213
66	7.50000000	2.00000000	225.00000000	245.29614747	-20.29614747
67	8.50000000	2.00000000	250.00000000	253.98781791	-3.98781791
68	9.50000000	2.00000000	258.00000000	261.20791624	-3.20791624
69	10.50000000	2.00000000	250.00000000	266.07235734	-16.07235734
70	11.50000000	2.00000000	280.00000000	267.94485835	12.05514165
71	12.50000000	2.00000000	280.00000000	266.50880910	13.49119090
72	13.50000000	2.00000000	278.00000000	261.80465107	16.19534893
73	14.50000000	2.00000000	270.00000000	254.22863358	15.77136642
74	15.50000000	2.00000000	250.00000000	244.49299661	5.50700339
75	16.50000000	2.00000000	216.00000000	233.55180668	-17.55180668
76	17.50000000	2.00000000	200.00000000	222.50039456	-22.50039456
77	18.50000000	2.00000000	190.00000000	212.45920702	-22.45920702
78	19.50000000	2.00000000	182.00000000	204.45458058	-22.45458058
79	20.50000000	2.00000000	195.00000000	199.30928700	-4.30928700
80	21.50000000	2.00000000	206.00000000	197.55465665	8.44534335

TABLE 5.

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
1	1.00000000	20.00000000	255.00000000	232.74215189	22.25784811
2	3.80000000	20.00000000	256.00000000	228.50835073	27.49164927
3	6.50000000	20.00000000	207.40000000	219.68384251	-12.28384251
4	9.30000000	20.00000000	187.00000000	213.51248072	-26.51248072
5	12.00000000	20.00000000	241.70000000	217.48830235	24.21169765
6	14.80000000	20.00000000	280.00000000	233.89808853	46.10191147
7	17.50000000	20.00000000	250.00000000	256.56541698	-6.56541698
8	20.30000000	20.00000000	288.00000000	277.08028202	10.91971798
9	23.00000000	20.00000000	310.90000000	284.82834385	26.07165615
10	1.00000000	17.60000000	239.20000000	231.00829463	8.19170537
11	3.80000000	17.60000000	250.70000000	221.78971166	28.91028834
12	6.50000000	17.60000000	213.90000000	210.19472042	3.70527957
13	9.30000000	17.60000000	180.00000000	203.19696264	-23.19696264
14	12.00000000	17.60000000	190.30000000	207.99231462	-17.69231462
15	14.80000000	17.60000000	222.70000000	226.59464764	-3.89464764
16	17.50000000	17.60000000	258.80000000	252.55393359	6.24606641
17	20.30000000	17.60000000	225.50000000	277.68596666	-52.18596666
18	23.00000000	17.60000000	305.70000000	290.85134068	14.84865932
19	1.00000000	15.30000000	200.00000000	235.93189134	-35.93189134
20	3.80000000	15.30000000	190.00000000	221.57619919	-31.57619919
21	6.50000000	15.30000000	180.00000000	207.62935043	-27.62935043
22	9.30000000	15.30000000	238.30000000	199.90472582	38.39527418
23	12.00000000	15.30000000	198.00000000	204.46907255	-6.46907255
24	14.80000000	15.30000000	195.00000000	222.80717598	-27.80717598
25	17.50000000	15.30000000	266.20000000	249.07261502	17.12738498
26	20.30000000	15.30000000	275.00000000	276.41352337	-1.41352337
27	23.00000000	15.30000000	300.00000000	294.49852578	5.50147422
28	1.00000000	12.90000000	233.00000000	243.32954780	-10.32954780

TABLE 5.

NO DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
1	1.00000000	20.00000000	255.00000000	232.74215189	22.25784811
2	3.80000000	20.00000000	256.00000000	228.50835073	27.49164927
3	6.50000000	20.00000000	207.40000000	219.68384251	-12.28384251
4	9.30000000	20.00000000	187.00000000	213.51248072	-26.51248072
5	12.00000000	20.00000000	241.70000000	217.48830235	24.21169765
6	14.80000000	20.00000000	280.00000000	233.89808853	46.10191147
7	17.50000000	20.00000000	250.00000000	256.56541698	-6.56541698
8	20.30000000	20.00000000	288.00000000	277.08028202	10.91971798
9	23.00000000	20.00000000	310.90000000	284.82834385	26.07165615
10	1.00000000	17.60000000	239.20000000	231.00829463	8.19170537
11	3.80000000	17.60000000	250.70000000	221.78971166	28.91028834
12	6.50000000	17.60000000	213.90000000	210.19472042	3.70527957
13	9.30000000	17.60000000	180.00000000	203.19696264	-23.19696264
14	12.00000000	17.60000000	190.30000000	207.99231462	-17.69231462
15	14.80000000	17.60000000	222.70000000	226.59464764	-3.89464764
16	17.50000000	17.60000000	258.80000000	252.55393359	6.24606641
17	20.30000000	17.60000000	225.50000000	277.68596666	-52.18596666
18	23.00000000	17.60000000	305.70000000	290.85134068	14.84865932
19	1.00000000	15.30000000	200.00000000	235.93189134	-35.93189134
20	3.80000000	15.30000000	190.00000000	221.57619919	-31.57619919
21	6.50000000	15.30000000	180.00000000	207.62935043	-27.62935043
22	9.30000000	15.30000000	238.30000000	199.90472582	38.39527418
23	12.00000000	15.30000000	198.00000000	204.46907255	-6.46907255
24	14.80000000	15.30000000	195.00000000	222.80717598	-27.80717598
25	17.50000000	15.30000000	266.20000000	249.07261502	17.12738498
26	20.30000000	15.30000000	275.00000000	276.41352337	-1.41352337
27	23.00000000	15.30000000	300.00000000	294.49852578	5.50147422
28	1.00000000	12.90000000	233.00000000	243.32954780	-10.32954780

O DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
29	3.80000000	12.90000000	195.40000000	223.30218839	-27.90218839
30	6.50000000	12.90000000	253.70000000	206.98230642	46.71769358
31	9.30000000	12.90000000	210.30000000	198.26461032	12.03538968
32	12.00000000	12.90000000	199.00000000	201.42465319	-2.42465319
33	14.80000000	12.90000000	190.00000000	217.21046533	-27.21046533
34	17.50000000	12.90000000	249.40000000	241.18183173	8.21816827
35	20.30000000	12.90000000	296.60000000	268.79877249	27.80122751
36	23.00000000	12.90000000	227.20000000	291.67824057	-64.47824057
37	1.00000000	10.50000000	270.00000000	247.97068377	22.02931622
38	3.80000000	10.50000000	250.70000000	223.55885983	27.14114017
39	6.50000000	10.50000000	195.30000000	205.91276294	-10.61276294
40	9.30000000	10.50000000	182.00000000	196.52944188	-14.52944188
41	12.00000000	10.50000000	193.00000000	197.45233477	-4.45233477
42	14.80000000	10.50000000	240.10000000	208.60550509	31.49449491
43	17.50000000	10.50000000	275.30000000	227.56383334	47.73616666
44	20.30000000	10.50000000	213.30000000	252.71933255	-39.41933255
45	23.00000000	10.50000000	286.70000000	278.60203615	8.09796385
46	1.00000000	8.10000000	249.00000000	247.47499077	1.52500923
47	3.80000000	8.10000000	238.30000000	222.46493828	15.83506172
48	6.50000000	8.10000000	188.00000000	206.22912980	-18.22912980
49	9.30000000	8.10000000	200.00000000	197.63479569	2.36520431
50	12.00000000	8.10000000	210.40000000	196.17648204	14.22351795
51	14.80000000	8.10000000	198.70000000	200.96614038	-2.26614038
52	17.50000000	8.10000000	198.50000000	211.97010323	-13.47010323
53	20.30000000	8.10000000	251.50000000	230.76185149	20.73814851
54	23.00000000	8.10000000	292.70000000	255.63304192	37.06695808
55	1.00000000	5.80000000	240.00000000	243.75565668	-3.75565668
56	3.80000000	5.80000000	220.00000000	223.51312716	-3.51312716

NO DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
57	6,50000000	5,80000000	195,00000000	212,36203459	-17,36203459
58	9,30000000	5,80000000	188,00000000	206,75253201	-18,75253201
59	12,00000000	5,80000000	188,00000000	203,53166385	-15,53166385
60	14,80000000	5,80000000	147,00000000	151,17203342	-4,17203342
61	17,50000000	5,80000000	197,00000000	202,00010643	-5,00010643
62	20,20000000	5,80000000	185,00000000	198,19798506	-13,19798506
63	23,00000000	5,80000000	213,00000000	227,13273694	-14,13273694
64	1,40000000	1,40000000	241,00000000	241,79882187	-0,79882187
65	3,80000000	3,40000000	252,00000000	231,21128723	20,78871277
66	6,50000000	3,40000000	227,00000000	232,15516453	-5,15516453
67	9,30000000	3,40000000	225,00000000	228,85305899	-3,85305899
68	12,00000000	3,40000000	225,00000000	224,76835487	0,23164513
69	14,80000000	3,40000000	249,70000000	214,89371862	34,80628138
70	17,50000000	3,40000000	204,00000000	203,53101834	0,46898166
71	20,30000000	3,40000000	188,00000000	197,88879192	-9,88879192
72	23,00000000	3,40000000	215,00000000	209,77846722	5,22153278
73	1,40000000	1,00000000	245,00000000	243,48662782	1,51337218
74	3,80000000	1,00000000	225,00000000	247,64276226	-22,64276226
75	6,50000000	1,00000000	239,60000000	256,44406927	-17,84406927
76	9,30000000	1,00000000	280,00000000	262,59011093	17,40988907
77	12,00000000	1,00000000	275,70000000	258,61229888	17,08770113
78	14,80000000	1,00000000	216,10000000	242,22402360	-26,12402360
79	17,50000000	1,00000000	180,00000000	219,59703078	-39,59703078
80	20,30000000	1,00000000	198,00000000	199,13790774	-1,13790774
81	23,00000000	1,00000000	215,00000000	191,44887643	23,55112357

TABLE 6

NO DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
1	1.00000000	20.00000000	255.00000000	244.75455893	10.24544107
2	3.00000000	20.00000000	255.00000000	270.64121941	-15.64121941
3	5.00000000	20.00000000	231.80000000	260.14467931	-28.34467930
4	7.00000000	20.00000000	198.00000000	224.33355562	-26.33355562
5	9.00000000	20.00000000	183.00000000	200.24769225	-17.24769225
6	11.00000000	20.00000000	225.00000000	211.23195839	13.76804161
7	13.00000000	20.00000000	267.90000000	245.10787608	22.79212391
8	15.00000000	20.00000000	280.70000000	272.05765664	8.64234336
9	17.00000000	20.00000000	220.00000000	278.65384184	-58.65384184
10	19.00000000	20.00000000	310.00000000	278.35630199	31.64369801
11	21.00000000	20.00000000	310.70000000	289.02484939	21.67515062
12	23.00000000	20.00000000	310.90000000	307.44435141	3.45564859
13	1.00000000	18.30000000	250.00000000	230.42455434	19.57544566
14	3.00000000	18.30000000	250.00000000	242.45269641	7.54730359
15	5.00000000	18.30000000	247.00000000	228.58991516	18.41008484
16	7.00000000	18.30000000	210.00000000	203.35987859	6.64012141
17	9.00000000	18.30000000	190.00000000	190.91853964	-0.91853964
18	11.00000000	18.30000000	190.00000000	198.73329220	-8.73329220
19	13.00000000	18.30000000	227.30000000	214.12311846	13.17688154
20	15.00000000	18.30000000	237.70000000	224.34711218	13.35288782
21	17.00000000	18.30000000	225.30000000	233.24194309	-7.94194309
22	19.00000000	18.30000000	292.30000000	253.58327772	38.71672227
23	21.00000000	18.30000000	250.00000000	285.73965519	-35.73965519
24	23.00000000	18.30000000	291.00000000	311.11384188	-20.11384188
25	1.00000000	16.50000000	217.40000000	216.34275233	1.05724766
26	3.00000000	16.50000000	220.00000000	209.62241283	10.37758717
27	5.00000000	16.50000000	223.20000000	204.19504544	19.00495456
28	7.00000000	16.50000000	208.30000000	204.64764998	3.65235002

NO DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
29	9,00000000	16,50000000	190,00000000	206,01343106	-16,01343106
30	11,00000000	16,50000000	193,00000000	200,54205415	-7,54205415
31	13,00000000	16,50000000	188,80000000	190,98937640	-2,18937640
32	15,00000000	16,50000000	195,00000000	192,11466611	2,88533389
33	17,00000000	16,50000000	200,80000000	215,54354680	-14,74354680
34	19,00000000	16,50000000	220,00000000	254,29347129	-34,29347129
35	21,00000000	16,50000000	250,70000000	286,17184329	-35,47184329
36	23,00000000	16,50000000	310,20000000	294,83666603	15,36333398
37	1,00000000	14,80000000	180,00000000	212,05255504	-32,05255504
38	3,00000000	14,80000000	180,00000000	198,49418254	-18,49418254
39	5,00000000	14,80000000	197,00000000	205,01098328	-8,01098328
40	7,00000000	14,80000000	195,30000000	220,88072855	-25,58072855
41	9,00000000	14,80000000	220,40000000	223,39052611	-2,99052611
42	11,00000000	14,80000000	220,00000000	205,71234126	14,28765874
43	13,00000000	14,80000000	196,00000000	187,87591632	8,12408368
44	15,00000000	14,80000000	196,30000000	195,87129566	0,42870434
45	17,00000000	14,80000000	262,00000000	231,64617332	30,35382667
46	19,00000000	14,80000000	301,70000000	268,95425860	32,74574140
47	21,00000000	14,80000000	310,70000000	281,26889391	29,43110609
48	23,00000000	14,80000000	291,70000000	270,85442454	20,84557547
49	1,00000000	13,10000000	225,00000000	220,24107896	4,75892104
50	3,00000000	13,10000000	225,00000000	211,38086874	13,61913126
51	5,00000000	13,10000000	231,90000000	221,43480479	10,46519521
52	7,00000000	13,10000000	244,60000000	231,88554696	12,71445304
53	9,00000000	13,10000000	225,70000000	224,67101850	1,02898150
54	11,00000000	13,10000000	225,30000000	205,13074917	20,16925083
55	13,00000000	13,10000000	195,00000000	197,64539916	-2,64539916
56	15,00000000	13,10000000	195,00000000	217,65009124	-22,65009124

NO DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
57	17,00000000	13,10000000	229,40000000	252,37930857	-22,97930857
58	19,00000000	13,10000000	302,70000000	273,76836745	28,93163255
59	21,00000000	13,10000000	284,30000000	269,87527543	14,42472457
60	23,00000000	13,10000000	236,60000000	258,90996785	-22,30996785
61	1,00000000	11,40000000	258,30000000	237,08057816	21,21942183
62	3,00000000	11,40000000	253,00000000	233,36107844	19,63892156
63	5,00000000	11,40000000	250,70000000	233,45873015	17,24126985
64	7,00000000	11,40000000	198,20000000	224,84455959	-26,64455959
65	9,00000000	11,40000000	188,00000000	208,14597394	-20,14597394
66	11,00000000	11,40000000	182,40000000	197,87846757	-15,47846757
67	13,00000000	11,40000000	190,00000000	206,46269693	-16,46269693
68	15,00000000	11,40000000	214,00000000	229,65346973	-15,65346973
69	17,00000000	11,40000000	226,40000000	250,46611773	-24,06611773
70	19,00000000	11,40000000	244,10000000	257,62743432	-13,52743432
71	21,00000000	11,40000000	223,10000000	257,70092078	-34,60092078
72	23,00000000	11,40000000	258,30000000	266,98810536	-8,68810536
73	1,00000000	9,60000000	270,00000000	253,95747237	16,04252762
74	3,00000000	9,60000000	252,70000000	245,63930161	7,06069839
75	5,00000000	9,60000000	219,50000000	228,47165037	-8,97165037
76	7,00000000	9,60000000	183,00000000	203,84259133	-20,84259133
77	9,00000000	9,60000000	192,00000000	186,84807486	5,15192514
78	11,00000000	9,60000000	198,30000000	189,07046346	9,22953654
79	13,00000000	9,60000000	227,20000000	205,15529718	22,04470282
80	15,00000000	9,60000000	260,00000000	219,31736126	40,68263873
81	17,00000000	9,60000000	260,50000000	224,09616864	36,40383136
82	19,00000000	9,60000000	225,00000000	228,90142610	-3,90142610
83	21,00000000	9,60000000	260,30000000	247,79571514	12,50428485
84	23,00000000	9,60000000	300,70000000	280,70590846	19,99409154

NO DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
85	1.00000000	7.90000000	250,00000000	260,76961401	-10,76961401
86	3.00000000	7.90000000	220,00000000	240,78266921	-20,78266921
87	5.00000000	7.90000000	206,40000000	213,73669944	-7,33669944
88	7.00000000	7.90000000	183,00000000	188,71618436	-5,71618436
89	9.00000000	7.90000000	195,00000000	178,96826584	16,03173416
90	11,00000000	7.90000000	202,70000000	186,34841062	16,35158938
91	13.00000000	7.90000000	198,00000000	198,30354907	-0,30354907
92	15.00000000	7.90000000	197,30000000	202,24241652	-4,94241652
93	17,00000000	7.90000000	196,00000000	200,82018956	-4,82018956
94	19,00000000	7.90000000	200,70000000	209,40094301	-8,70094301
95	21.00000000	7.90000000	275,50000000	237,34649626	38.15350374
96	23.00000000	7.90000000	280,00000000	274,37275817	5,62724183
97	1,00000000	6.20000000	255,00000000	258,85609259	-3,85609259
98	3,00000000	6.20000000	220,00000000	229,76458073	-9,76458073
99	5,00000000	6.20000000	206,20000000	204,40222516	1,79777484
100	7,00000000	6.20000000	188,00000000	189,63396107	-1,63396107
101	9,00000000	6.20000000	182,00000000	187,46966612	-5,46966612
102	11,00000000	6.20000000	180,00000000	192,94002123	-12,94002123
103	13,00000000	6.20000000	183,00000000	197,83242164	-14,83242164
104	15,00000000	6.20000000	184,00000000	197,99469613	-13,99469613
105	17,00000000	6.20000000	190,00000000	197,29566044	-7,29566044
106	19,00000000	6.20000000	185,00000000	203,74244678	-18,74244678
107	21,00000000	6.20000000	232,10000000	221,02407495	11,07592506
108	23,00000000	6.20000000	210,30000000	243,81520094	-33,51520094
109	1,00000000	4.50000000	255,00000000	256,24103106	-1,24103106
110	3,00000000	4.50000000	252,90000000	225,87662178	27,02337822
111	5,00000000	4.50000000	225,00000000	208,02133615	16,97866385
112	7,00000000	4.50000000	215,10000000	204,17574421	10,92425579

NO DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
113	9.00000000	4.50000000	198.00000000	207.23307054	-9.23307054
114	11.00000000	4.50000000	198.00000000	210.11054408	-12.11054408
115	13.00000000	4.50000000	200.00000000	210.57461849	-10.57461849
116	15.00000000	4.50000000	222.00000000	209.34503623	12.65496377
117	17.00000000	4.50000000	210.10000000	206.76264060	3.33735941
118	19.00000000	4.50000000	187.00000000	203.32530100	-16.32530100
119	21.00000000	4.50000000	197.00000000	202.40943707	-5.40943707
120	23.00000000	4.50000000	210.00000000	209.36127100	0.63872900
121	1.00000000	2.70000000	255.00000000	262.31102301	-7.31102301
122	3.00000000	2.70000000	239.60000000	235.04133940	4.55866060
123	5.00000000	2.70000000	220.00000000	221.53449856	-1.53449856
124	7.00000000	2.70000000	225.00000000	224.23271509	0.76728491
125	9.00000000	2.70000000	235.60000000	233.59959320	2.00040680
126	11.00000000	2.70000000	242.70000000	238.31906091	4.38093909
127	13.00000000	2.70000000	270.00000000	233.85703741	36.14296258
128	15.00000000	2.70000000	265.10000000	222.68768489	42.41231511
129	17.00000000	2.70000000	213.90000000	209.43848211	4.06151789
130	19.00000000	2.70000000	188.00000000	198.03699161	-10.03699161
131	21.00000000	2.70000000	198.00000000	192.59993800	5.40006200
132	23.00000000	2.70000000	210.00000000	197.54454121	12.45545879
133	1.00000000	1.00000000	255.00000000	277.66109011	-22.66109011
134	3.00000000	1.00000000	237.50000000	251.83764659	-14.33764659
135	5.00000000	1.00000000	229.00000000	236.84842670	-7.84842670
136	7.00000000	1.00000000	243.10000000	242.68385171	0.41614829
137	9.00000000	1.00000000	280.70000000	260.09313197	20.60686803
138	11.00000000	1.00000000	275.70000000	268.38395640	7.31604361
139	13.00000000	1.00000000	228.90000000	254.56867709	-25.66867709
140	15.00000000	1.00000000	213.10000000	225.08133703	-11.98133703

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
141	17.00000000	1.00000000	190.30000000	199.04424375	-8.74424375
142	19.00000000	1.00000000	180.00000000	190.88732883	-10.88732883
143	21.00000000	1.00000000	205.00000000	199.83754703	5.16245297
144	23.00000000	1.00000000	215.00000000	214.86035849	0.13964151

TABLE 7

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
1	1.00000000	20.00000000	255.00000000	237,84335298	17,15664702
2	2.70000000	20.00000000	255.00000000	251,44025605	3,55974395
3	4.40000000	20.00000000	245.80000000	244,42593022	1,37406978
4	6.10000000	20.00000000	213.60000000	223,79275236	-10,19275236
5	7.80000000	20.00000000	190.00000000	205,48299667	-15,48299667
6	9.50000000	20.00000000	190.00000000	201,82645103	-11,82645103
7	11.20000000	20.00000000	226.70000000	213,52635299	13,17364701
8	12.80000000	20.00000000	262.40000000	230,78410596	31,61589403
9	14,50000000	20.00000000	280.70000000	246,92286198	33,77713802
10	16,20000000	20.00000000	250.40000000	258,12316602	-7,72316603
11	17.90000000	20.00000000	275.20000000	267,72443915	7,47556085
12	19.60000000	20.00000000	306.70000000	278,51270089	28,18729911
13	21.30000000	20.00000000	310.00000000	287,05648191	22,94351809
14	23.00000000	20.00000000	310.90000000	285,39946534	25,50053466
15	1.00000000	18.50000000	255.00000000	234,41004277	20,58995723
16	2.70000000	18.50000000	255.00000000	262,02878756	-7,02878756
17	4.40000000	18.50000000	255.00000000	254,98350688	0,01649312
18	6.10000000	18.50000000	220.00000000	221,62552125	-1,62552125
19	7.80000000	18.50000000	200.00000000	190,26325303	9,73674697
20	9.50000000	18.50000000	183.00000000	184,88556700	-1,88556700
21	11.20000000	18.50000000	196.30000000	206,55476131	-10,25476131
22	12.80000000	18.50000000	225.80000000	234,17021990	-8,37021990
23	14,50000000	18.50000000	226.80000000	251,08813855	-24,28813855
24	16,20000000	18.50000000	200.60000000	251,01479531	-50,41479531
25	17,90000000	18.50000000	251.40000000	248,15236451	3,24763548
26	19.60000000	18.50000000	280.20000000	259,31958871	20,88041129
27	21.30000000	18.50000000	260.90000000	285,15600497	-24,25600497
28	23.00000000	18.50000000	282.70000000	306,77119997	-24,07119997

NO DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
29	1.00000000	17.10000000	227.00000000	222.42921429	4.57078571
30	2.70000000	17.10000000	231.90000000	236.99960865	-5.09960865
31	4.40000000	17.10000000	241.80000000	230.55445465	11.24554535
32	6.10000000	17.10000000	230.00000000	211.50558596	18.49441404
33	7.80000000	17.10000000	198.00000000	196.26524122	1.73475878
34	9.50000000	17.10000000	190.00000000	195.05016813	-5.05016813
35	11.20000000	17.10000000	183.00000000	205.03953456	-22.03953456
36	12.80000000	17.10000000	195.00000000	215.45214838	-20.45214838
37	14.50000000	17.10000000	215.70000000	221.52647258	-5.82647258
38	16.20000000	17.10000000	198.00000000	226.27213482	-28.27213482
39	17.90000000	17.10000000	250.70000000	239.05986418	11.64013582
40	19.60000000	17.10000000	220.00000000	263.32170705	-43.32170705
41	21.30000000	17.10000000	273.00000000	289.50346524	-16.50346524
42	23.00000000	17.10000000	308.00000000	300.35593126	7.64406874
43	1.00000000	15.60000000	202.00000000	211.92137919	-9.92137919
44	2.70000000	15.60000000	202.00000000	205.44031823	-3.44031823
45	4.40000000	15.60000000	193.30000000	201.74238463	-8.44238463
46	6.10000000	15.60000000	190.30000000	205.55541426	-15.25541426
47	7.80000000	15.60000000	190.00000000	212.07838447	-22.07838447
48	9.50000000	15.60000000	210.70000000	211.97290608	-1.27290608
49	11.20000000	15.60000000	205.10000000	201.76184047	3.33815953
50	12.80000000	15.60000000	185.00000000	190.09988165	-5.09988165
51	14.50000000	15.60000000	187.00000000	189.49732717	-2.49732717
52	16.20000000	15.60000000	240.50000000	210.00716370	30.49283630
53	17.90000000	15.60000000	250.00000000	245.91057284	4.08942716
54	19.60000000	15.60000000	274.20000000	278.54177716	-4.34177716
55	21.30000000	15.60000000	300.00000000	289.46741594	10.53258406
56	23.00000000	15.60000000	305.70000000	274.52505554	31.17494447

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
57	1.00000000	14.20000000	200.30000000	213.26375312	-12.96375312
58	2.70000000	14.20000000	200.30000000	199.74063787	0.55936213
59	4.40000000	14.20000000	204.00000000	199.32436661	4.67563339
60	6.10000000	14.20000000	208.70000000	211.32039877	-2.62039877
61	7.80000000	14.20000000	225.70000000	221.34810861	4.35189139
62	9.50000000	14.20000000	230.00000000	215.75090064	14.24909936
63	11.20000000	14.20000000	225.00000000	196.12558208	28.87441792
64	12.80000000	14.20000000	200.00000000	180.61728559	19.38271441
65	14.50000000	14.20000000	182.00000000	185.95820866	-3.95820866
66	16.20000000	14.20000000	232.60000000	217.91141233	14.68858767
67	17.90000000	14.20000000	283.90000000	259.72977415	24.17022584
68	19.60000000	14.20000000	310.00000000	285.46144795	24.53855205
69	21.30000000	14.20000000	273.00000000	280.56007908	-7.56007908
70	23.00000000	14.20000000	270.00000000	253.76799556	16.23200443
71	1.00000000	12.70000000	233.00000000	227.04378090	5.95621910
72	2.70000000	12.70000000	225.00000000	222.73162147	2.26837853
73	4.40000000	12.70000000	233.30000000	223.04757041	10.25242959
74	6.10000000	12.70000000	255.00000000	223.86908527	31.13091473
75	7.80000000	12.70000000	218.90000000	218.17006112	0.72993888
76	9.50000000	12.70000000	199.40000000	204.66332683	-5.26332683
77	11.20000000	12.70000000	199.30000000	191.63245945	7.66754055
78	12.80000000	12.70000000	195.00000000	191.00435427	3.99564573
79	14.50000000	12.70000000	185.00000000	208.75102743	-23.75102743
80	16.20000000	12.70000000	225.00000000	239.14542434	-14.14542434
81	17.90000000	12.70000000	270.20000000	266.29297440	3.90702560
82	19.60000000	12.70000000	287.00000000	276.27628583	10.72371417
83	21.30000000	12.70000000	274.40000000	267.83838988	6.56161012
84	23.00000000	12.70000000	240.90000000	253.11880387	-12.21880387

...0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
85	1.00000000	11.20000000	264.40000000	244.40247549	19.99752451
86	2.70000000	11.20000000	256.80000000	251.92607351	4.87392648
87	4.40000000	11.20000000	250.30000000	247.42668866	2.87331134
88	6.10000000	11.20000000	209.00000000	229.14803204	-20.14803204
89	7.80000000	11.20000000	190.00000000	205.63271628	-15.63271628
90	9.50000000	11.20000000	183.00000000	190.44502287	-7.44502287
91	11.20000000	11.20000000	185.00000000	192.55040421	-7.55040421
92	12.80000000	11.20000000	190.00000000	208.74892157	-18.74892157
93	14.50000000	11.20000000	208.40000000	230.96086361	-22.56086361
94	16.20000000	11.20000000	227.90000000	247.37830077	-19.47830077
95	17.90000000	11.20000000	252.40000000	254.21918324	-1.81918324
96	19.60000000	11.20000000	261.90000000	256.48834185	5.41165815
97	21.30000000	11.20000000	223.00000000	261.86533397	-38.86533397
98	23.00000000	11.20000000	275.90000000	272.75457612	3.14542387
99	1.00000000	9.80000000	270.00000000	254.03014670	15.96985330
100	2.70000000	9.80000000	258.30000000	260.83476559	-2.53476559
101	4.40000000	9.80000000	250.60000000	247.99248423	2.60751577
102	6.10000000	9.80000000	195.00000000	220.01637235	-25.01637235
103	7.80000000	9.80000000	180.00000000	193.79536501	-13.79536501
104	9.50000000	9.80000000	193.00000000	185.20452631	7.79547369
105	11.20000000	9.80000000	198.30000000	196.66140223	1.63859778
106	12.80000000	9.80000000	218.80000000	215.21885551	3.58114449
107	14.50000000	9.80000000	253.00000000	228.85225737	24.14774263
108	16.20000000	9.80000000	275.00000000	231.03582585	43.96417415
109	17.90000000	9.80000000	234.50000000	230.12760702	4.37239298
110	19.60000000	9.80000000	233.00000000	239.46355205	-6.46355205
111	21.30000000	9.80000000	250.80000000	263.39226710	-12.59226710
112	23.00000000	9.80000000	298.50000000	290.87874732	7.62125268

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
113	1.00000000	8.30000000	248.00000000	253.55250550	-5.55250550
114	2.70000000	8.30000000	225.00000000	246.52518249	-21.52518249
115	4.40000000	8.30000000	233.80000000	225.49070221	8.30929779
116	6.10000000	8.30000000	192.60000000	201.00099094	-8.40099094
117	7.80000000	8.30000000	185.00000000	186.73840418	-1.73840418
118	9.50000000	8.30000000	206.00000000	188.33675860	17.66324140
119	11.20000000	8.30000000	225.30000000	199.11090951	26.18909049
120	12.80000000	8.30000000	225.00000000	206.52470770	18.47529230
121	14.50000000	8.30000000	200.00000000	205.26907805	-5.26907805
122	16.20000000	8.30000000	199.00000000	200.26221881	-1.26221881
123	17.90000000	8.30000000	207.70000000	204.84673735	2.85326265
124	19.60000000	8.30000000	229.00000000	227.45232989	1.54767011
125	21.30000000	8.30000000	286.00000000	261.81110660	24.18889340
126	23.00000000	8.30000000	300.70000000	289.11420647	11.58579353
127	1.00000000	6.80000000	245.00000000	247.35776264	-2.35776264
128	2.70000000	6.80000000	222.00000000	227.33153489	-5.33153489
129	4.40000000	6.80000000	200.00000000	203.88333719	-3.88333719
130	6.10000000	6.80000000	195.00000000	188.31618291	6.68381709
131	7.80000000	6.80000000	185.00000000	185.90897534	-0.90897534
132	9.50000000	6.80000000	188.00000000	192.27526063	-4.27526063
133	11.20000000	6.80000000	189.30000000	197.46399128	-8.16399128
134	12.80000000	6.80000000	183.00000000	195.07808675	-12.07808675
135	14.50000000	6.80000000	180.00000000	186.97484196	-6.97484196
136	16.20000000	6.80000000	182.00000000	182.93878895	-0.93878895
137	17.90000000	6.80000000	182.00000000	192.55040271	-10.55040271
138	19.60000000	6.80000000	199.70000000	216.40668556	-16.70668556
139	21.30000000	6.80000000	262.20000000	244.17378215	18.02621785
140	23.00000000	6.80000000	224.00000000	261.14485119	-37.14485119

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
141	1.00000000	5.40000000	240.00000000	244.69721858	-4.69721858
142	2.70000000	5.40000000	240.30000000	225.08019803	15.21980197
143	4.40000000	5.40000000	223.00000000	205.31224179	17.68775821
144	6.10000000	5.40000000	198.00000000	192.82740055	5.17259945
145	7.80000000	5.40000000	198.30000000	190.04899591	8.25100409
146	9.50000000	5.40000000	190.00000000	193.78048318	-3.78048318
147	11.20000000	5.40000000	188.00000000	198.09452542	-10.09452542
148	12.80000000	5.40000000	190.00000000	198.72972812	-8.72972812
149	14.50000000	5.40000000	188.00000000	195.62499755	-7.62499755
150	16.20000000	5.40000000	203.00000000	192.30804991	10.69195009
151	17.90000000	5.40000000	195.00000000	193.46300697	1.53699303
152	19.60000000	5.40000000	185.00000000	201.28386903	-16.28386903
153	21.30000000	5.40000000	200.00000000	213.86110784	-13.86110784
154	23.00000000	5.40000000	210.30000000	226.23303355	-15.93303355
155	1.00000000	3.90000000	235.00000000	249.83215927	-14.83215927
156	2.70000000	3.90000000	253.00000000	240.40612163	12.59387837
157	4.40000000	3.90000000	224.30000000	226.57502949	-2.27502949
158	6.10000000	3.90000000	204.40000000	211.82757663	-7.42757664
159	7.80000000	3.90000000	210.60000000	202.26296026	8.33703974
160	9.50000000	3.90000000	207.70000000	202.80508099	4.89491900
161	11.20000000	3.90000000	205.10000000	212.52156774	-7.42156774
162	12.80000000	3.90000000	215.50000000	223.10675683	-7.60675683
163	14.50000000	3.90000000	229.00000000	226.31782767	2.68217233
164	16.20000000	3.90000000	223.00000000	216.41091871	6.58908129
165	17.90000000	3.90000000	201.30000000	198.18283046	3.11716954
166	19.60000000	3.90000000	180.00000000	183.89240399	-3.89240399
167	21.30000000	3.90000000	199.00000000	184.73025043	14.26974957
168	23.00000000	3.90000000	210.00000000	202.29057011	7.70942989

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
169	1.00000000	2.50000000	245.00000000	259.28196877	-14.28196877
170	2.70000000	2.50000000	239.10000000	251.43604289	-12.33604289
171	4.40000000	2.50000000	224.00000000	239.32932134	-15.32932134
172	6.10000000	2.50000000	228.00000000	228.20212892	-0.20212892
173	7.80000000	2.50000000	224.00000000	224.76827764	-0.76827764
174	9.50000000	2.50000000	234.70000000	231.87689056	2.82310944
175	11.20000000	2.50000000	255.50000000	244.64782067	10.85217933
176	12.80000000	2.50000000	278.70000000	252.13699783	26.56300217
177	14.50000000	2.50000000	278.70000000	245.99715674	32.70284326
178	16.20000000	2.50000000	223.00000000	224.31499687	-1.31499687
179	17.90000000	2.50000000	199.00000000	196.98308716	2.01691284
180	19.60000000	2.50000000	180.00000000	179.29480301	0.70519699
181	21.30000000	2.50000000	200.00000000	181.77175142	18.22824858
182	23.00000000	2.50000000	210.00000000	202.84095562	7.15904438
183	1.00000000	1.00000000	255.00000000	267.06796416	-12.06796416
184	2.70000000	1.00000000	237.60000000	236.62101210	0.97898790
185	4.40000000	1.00000000	225.00000000	219.20698840	5.79301160
186	6.10000000	1.00000000	241.40000000	229.06756953	12.33243047
187	7.80000000	1.00000000	263.60000000	259.60651505	3.99348495
188	9.50000000	1.00000000	280.00000000	287.82981572	-7.82981572
189	11.20000000	1.00000000	273.30000000	291.64877264	-18.34877264
190	12.80000000	1.00000000	230.90000000	268.39050035	-37.49050035
191	14.50000000	1.00000000	225.60000000	229.28927040	-3.68927040
192	16.20000000	1.00000000	195.00000000	197.83847598	-2.83847598
193	17.90000000	1.00000000	190.00000000	188.34182170	1.65817830
194	19.60000000	1.00000000	188.00000000	197.93104717	-9.93104717
195	21.30000000	1.00000000	205.00000000	212.30338764	-7.30338764
196	23.00000000	1.00000000	215.00000000	219.46878599	-4.46878599

TABLE 8

) DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
1	1.00000000	20.00000000	255,00000000	234,94995781	20,05004219
2	2,40000000	20,00000000	255,00000000	248,95514310	6,04485690
3	3,80000000	20,00000000	253,00000000	249,12353708	3,87646292
4	5,10000000	20.00000000	225,00000000	237,24158088	-12,24158088
5	6,50000000	20,00000000	207,40000000	218,26831352	-10,86831352
6	7,90000000	20,00000000	190,00000000	202,62023674	-12,62023674
7	9,30000000	20,00000000	187,00000000	197,88494087	-10,88494087
8	10,60000000	20,00000000	213,30000000	204,84977935	8,45022065
9	12,00000000	20,00000000	241,70000000	220,80170346	20,89829654
10	13,40000000	20,00000000	278,70000000	238,82786440	39,87213560
11	14,80000000	20,00000000	280,00000000	253,28751284	26,71248715
12	16,10000000	20,00000000	253,10000000	261,93512377	-8,83512377
13	17,50000000	20,00000000	250,00000000	267,86943205	-17,86943205
14	18,90000000	20,00000000	310,00000000	273,25694234	36,74305766
15	20,30000000	20,00000000	290,00000000	279,23614765	10,76385235
16	21,60000000	20,00000000	310,70000000	283,44029038	27,25970962
17	23,00000000	20,00000000	310,90000000	282,55073635	28,34926365
18	1,00000000	18,60000000	253,00000000	233,95972344	19,04027656
19	2,40000000	18,60000000	255,00000000	259,48776625	-4,48776625
20	3,80000000	18,60000000	255,00000000	261,97719397	-6,97719397
21	5,10000000	18,60000000	243,90000000	243,32729096	0,57270904
22	6,50000000	18,60000000	214,90000000	212,33524875	2,56475125
23	7,90000000	18,60000000	198,30000000	187,36948436	10,93051564
24	9,30000000	18,60000000	185,00000000	181,59618382	3,40381618
25	10,60000000	18,60000000	190,30000000	195,05327510	-4,75327510
26	12,00000000	18,60000000	205,40000000	220,95457486	-15,55457486
27	13,40000000	18,60000000	242,10000000	244,84783936	-2,74783936
28	14,80000000	18,60000000	248,40000000	256,56881633	-8,16881633

...O DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
29	16.10000000	18.60000000	231.40000000	256,10527857	-24,70527858
30	17.50000000	18.60000000	241.30000000	251,37937981	-10,07937981
31	18.90000000	18.60000000	305,70000000	253,04920093	52,65079907
32	20.30000000	18.60000000	266,70000000	266,66448234	0,03551766
33	21.60000000	18.60000000	249.00000000	286,16509810	-37,16509810
34	23.00000000	18,60000000	277,20000000	302,90854201	-25,70854200
35	1,00000000	17.30000000	231,50000000	222,39578648	9,10421352
36	2,40000000	17,30000000	240,60000000	239,15751453	1,44248547
37	3,80000000	17,30000000	242,60000000	240,31233116	2,28766884
38	5,10000000	17,30000000	241,30000000	228,39302741	12,90697259
39	6,50000000	17,30000000	225,00000000	209,58712722	15,41287278
40	7,90000000	17,30000000	192,30000000	195,00222767	-2,70222767
41	9,30000000	17,30000000	183,00000000	191,55420649	-8,55420649
42	10,60000000	17,30000000	190,00000000	198,36239554	-8,36239554
43	12,00000000	17,30000000	185,00000000	211,11810835	-26,11810835
44	13,40000000	17,30000000	195,30000000	222,68152217	-27,38152217
45	14,80000000	17,30000000	215,60000000	229,51039788	-13,91039788
46	16,10000000	17,30000000	198,00000000	233,26890535	-35,26890535
47	17,50000000	17,30000000	238,80000000	239,65149014	-0,85149014
48	18,90000000	17,30000000	250,30000000	252,77006821	-2,47006821
49	20,30000000	17,30000000	233,30000000	271,87867567	-38,57867566
50	21,60000000	17,30000000	283,30000000	289,03061278	-5,73061278
51	23,00000000	17,30000000	310,00000000	297,75820494	12,24179506
52	1,00000000	15,90000000	207,10000000	210,04252755	-2,94252755
53	2,40000000	15,90000000	208,20000000	209,54488988	-1,34488988
54	3,80000000	15,90000000	207,70000000	208,48940267	-0,78940267
55	5,10000000	15,90000000	201,00000000	209,23999100	-8,23999100
56	6,50000000	15,90000000	198,30000000	211,82732935	-13,52732935

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
57	7.90000000	15.90000000	188.00000000	213.60317751	-25.60317751
58	9.30000000	15.90000000	200.00000000	211.33782577	-11.33782577
59	10.60000000	15.90000000	206.50000000	204.81041085	1.68958915
60	12.00000000	15.90000000	208.30000000	195.89239393	12.40760607
61	13.40000000	15.90000000	183.10000000	191.05369672	-7.95369672
62	14.80000000	15.90000000	192.30000000	196.45032630	-4.15032630
63	16.10000000	15.90000000	231.60000000	212.72517303	18.87482697
64	17.50000000	15.90000000	238.30000000	239.04475787	-0.74475787
65	18.90000000	15.90000000	244.20000000	266.08720051	-21.88720051
66	20.30000000	15.90000000	251.70000000	283.96056692	-32.26056691
67	21.60000000	15.90000000	293.50000000	286.66904179	6.83095821
68	23.00000000	15.90000000	310.00000000	274.76500231	35.23499769
69	1.00000000	14.60000000	193.00000000	208.95668265	-15.95668265
70	2.40000000	14.60000000	193.00000000	199.14447738	-6.14447738
71	3.80000000	14.60000000	195.00000000	197.29409983	-2.29409983
72	5.10000000	14.60000000	200.00000000	204.69869274	-4.69869274
73	6.50000000	14.60000000	198.00000000	217.28410499	-19.28410499
74	7.90000000	14.60000000	218.10000000	225.12926115	-7.02926115
75	9.30000000	14.60000000	227.80000000	220.80662413	6.99337587
76	10.60000000	14.60000000	225.00000000	206.11728029	18.88271971
77	12.00000000	14.60000000	207.00000000	187.08939825	19.91060175
78	13.40000000	14.60000000	190.00000000	177.27460628	12.72539372
79	14.80000000	14.60000000	188.30000000	186.15423287	2.14576713
80	16.10000000	14.60000000	225.50000000	211.31622441	14.18377559
81	17.50000000	14.60000000	276.50000000	247.15640566	29.34359434
82	18.90000000	14.60000000	305.00000000	276.97168369	28.02831631
83	20.30000000	14.60000000	308.30000000	288.03317861	20.26682139
84	21.60000000	14.60000000	289.30000000	278.66570020	10.63429979

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
85	23,00000000	14,60000000	283,90000000	254,87928512	29,02071488
86	1,00000000	13,20000000	224,70000000	222,15695138	2,54304862
87	2,40000000	13,20000000	227,00000000	215,48514764	11,51485236
88	3,80000000	13,20000000	215,80000000	213,55804383	2,24195617
89	5,10000000	13,20000000	230,10000000	216,84162420	13,25837580
90	6,50000000	13,20000000	250,00000000	221,80923894	28,19076106
91	7,90000000	13,20000000	230,00000000	222,13401803	7,86598197
92	9,30000000	13,20000000	226,70000000	214,28017908	12,41982092
93	10,60000000	13,20000000	225,70000000	201,71251107	23,98748893
94	12,00000000	13,20000000	203,60000000	189,76432625	13,83567375
95	13,40000000	13,20000000	190,00000000	188,20449186	1,79550814
96	14,80000000	13,20000000	188,30000000	201,82598217	-13,52598217
97	16,10000000	13,20000000	228,00000000	225,65819784	2,34180216
98	17,50000000	13,20000000	250,80000000	254,33681541	-3,53681541
99	18,90000000	13,20000000	302,70000000	274,71191914	27,98808087
100	20,30000000	13,20000000	303,70000000	279,11911909	24,58088091
101	21,60000000	13,20000000	248,00000000	269,29987416	-21,29987416
102	23,00000000	13,20000000	241,90000000	251,51485951	-9,61485951
103	1,00000000	11,90000000	255,70000000	241,47749256	14,22250744
104	2,40000000	11,90000000	241,10000000	244,24333557	-3,14333557
105	3,80000000	11,90000000	250,80000000	240,77878568	10,02121432
106	5,10000000	11,90000000	255,70000000	232,44994905	23,25005095
107	6,50000000	11,90000000	225,40000000	220,11988693	5,28011306
108	7,90000000	11,90000000	193,00000000	207,72275440	-14,72275440
109	9,30000000	11,90000000	190,30000000	198,96171436	-8,66171436
110	10,60000000	11,90000000	185,30000000	196,48517556	-11,18517556
111	12,00000000	11,90000000	180,80000000	200,77683840	-19,97683839
112	13,40000000	11,90000000	188,00000000	211,17908623	-23,17908623

O DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
113	14.80000000	11.90000000	198,00000000	225,02833798	-27,02833798
114	16.10000000	11.90000000	218,40000000	238,19096142	-19,79096142
115	17.50000000	11.90000000	255,00000000	250,22843623	4,77156377
116	18.90000000	11.90000000	248,30000000	258,73807899	-10,43807898
117	20.30000000	11.90000000	279,90000000	263,72595700	16,17404300
118	21.60000000	11.90000000	223,20000000	265,96469355	-42,76469354
119	23.00000000	11.90000000	251,50000000	266,72353952	-15,22353952
120	1.00000000	10.50000000	270,00000000	258,08601500	11,91398500
121	2.40000000	10.50000000	267,20000000	266,68238188	0,51761813
122	3.80000000	10.50000000	250,70000000	258,51225891	-7,81225891
123	5.10000000	10.50000000	220,00000000	237,83779383	-17,83779383
124	6.50000000	10.50000000	192,30000000	210,63261840	-18,33261840
125	7.90000000	10.50000000	182,00000000	190,22760204	-8,22760204
126	9.30000000	10.50000000	182,00000000	184,94536258	-2,94536258
127	10.60000000	10.50000000	190,00000000	193,89701610	-3,89701610
128	12.00000000	10.50000000	193,00000000	211,67738678	-18,67738678
129	13.40000000	10.50000000	217,20000000	227,99322902	-10,79322902
130	14.80000000	10.50000000	240,10000000	235,79807737	4,30192263
131	16.10000000	10.50000000	250,70000000	235,34944288	15,35055712
132	17.50000000	10.50000000	275,60000000	232,61989825	42,68010174
133	18.90000000	10.50000000	220,00000000	235,75961711	-15,75961711
134	20.30000000	10.50000000	220,30000000	249,34728610	-29,04728610
135	21.60000000	10.50000000	251,30000000	268,91012366	-17,61012366
136	23.00000000	10.50000000	286,70000000	288,77026285	-2,07026285
137	1.00000000	9.10000000	262,20000000	261,89893808	0,30106192
138	2.40000000	9.10000000	250,10000000	265,73041098	-15,63041098
139	3.80000000	9.10000000	253,00000000	251,30897519	1,69102481
140	5.10000000	9.10000000	213,00000000	225,99753260	-12,99753260

O DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
141	6,50000000	9,10000000	188,00000000	197,52063979	-9,52063979
142	7,90000000	9,10000000	188,00000000	180,34776055	7,65223945
143	9,30000000	9,10000000	200,00000000	180,82999284	19,17000716
144	10,60000000	9,10000000	204,10000000	194,14188058	9,95811942
145	12,00000000	9,10000000	223,80000000	212,31090026	11,48909974
146	13,40000000	9,10000000	252,30000000	223,50115926	28,79884074
147	14,80000000	9,10000000	256,60000000	222,81529106	33,78470894
148	16,10000000	9,10000000	242,60000000	215,35062483	27,24937517
149	17,50000000	9,10000000	225,70000000	210,14784259	15,55215741
150	18,90000000	9,10000000	204,20000000	217,93670043	-13,73670043
151	20,30000000	9,10000000	250,20000000	241,46055496	8,73944504
152	21,60000000	9,10000000	287,50000000	270,76102795	16,73897205
153	23,00000000	9,10000000	307,70000000	296,53170782	11,16829219
154	1,00000000	7,80000000	250,00000000	254,83382677	-4,83382677
155	2,40000000	7,80000000	243,50000000	248,72551029	-5,22551029
156	3,80000000	7,80000000	223,70000000	230,66326215	-6,96326216
157	5,10000000	7,80000000	201,20000000	208,87982627	-7,67982627
158	6,50000000	7,80000000	188,00000000	189,02464961	-1,02464961
159	7,90000000	7,80000000	183,00000000	180,21734290	2,78265710
160	9,30000000	7,80000000	198,00000000	183,85387496	14,14612504
161	10,60000000	7,80000000	200,00000000	193,81500950	6,18499050
162	12,00000000	7,80000000	199,30000000	203,64822709	-4,34822709
163	13,40000000	7,80000000	198,30000000	206,26376132	-7,96376131
164	14,80000000	7,80000000	196,70000000	201,33681404	-4,63681404
165	16,10000000	7,80000000	190,70000000	195,39790320	-4,69790320
166	17,50000000	7,80000000	193,60000000	195,97912227	-2,67912227
167	18,90000000	7,80000000	200,90000000	209,69989916	-8,79989916
168	20,30000000	7,80000000	250,90000000	235,28244965	15,61755035

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
169	21,60000000	7,80000000	286,90000000	261,77389836	25,12610164
170	23,00000000	7,80000000	278,10000000	281,25283886	-3,15283886
171	1,00000000	6,40000000	243,00000000	244,51184568	-1,51184568
172	2,40000000	6,40000000	233,70000000	231,59883009	2,10116991
173	3,80000000	6,40000000	210,80000000	214,88064736	-4,08064736
174	5,10000000	6,40000000	200,30000000	200,38768839	-0,08768839
175	6,50000000	6,40000000	195,00000000	189,93411666	5,06588334
176	7,90000000	6,40000000	185,00000000	186,46585322	-1,46585322
177	9,30000000	6,40000000	180,00000000	188,47505300	-8,47505300
178	10,60000000	6,40000000	180,00000000	192,03885962	-12,03885962
179	12,00000000	6,40000000	180,00000000	194,24615073	-14,24615073
180	13,40000000	6,40000000	180,00000000	193,24441530	-13,24441530
181	14,80000000	6,40000000	185,00000000	190,51190531	-5,51190531
182	16,10000000	6,40000000	188,00000000	189,65757282	-1,65757282
183	17,50000000	6,40000000	187,00000000	194,08570028	-7,08570028
184	18,90000000	6,40000000	188,30000000	205,47934400	-17,17934399
185	20,30000000	6,40000000	200,70000000	221,73211192	-21,03211192
186	21,60000000	6,40000000	235,00000000	236,69037450	-1,69037450
187	23,00000000	6,40000000	210,30000000	246,97043781	-36,67043781
188	1,00000000	5,10000000	247,00000000	241,00259849	5,99740151
189	2,40000000	5,10000000	252,00000000	230,33239336	21,66760664
190	3,80000000	5,10000000	225,20000000	218,89161428	6,30838572
191	5,10000000	5,10000000	227,70000000	209,16260707	18,53739293
192	6,50000000	5,10000000	198,00000000	200,79640111	-2,79640111
193	7,90000000	5,10000000	200,10000000	195,39207827	4,70792174
194	9,30000000	5,10000000	192,00000000	193,31176975	-1,31176975
195	10,60000000	5,10000000	190,00000000	194,12903017	-4,12903017
196	12,00000000	5,10000000	190,00000000	196,98553224	-6,98553224

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
197	13.40000000	5.10000000	197.00000000	200.27052810	-3.27052810
198	14.80000000	5.10000000	204.70000000	202.32338747	2.37661253
199	16.10000000	5.10000000	213.20000000	202.39518156	10.80481844
200	17.50000000	5.10000000	200.00000000	201.04091374	-1.04091374
201	18.90000000	5.10000000	203.00000000	200.04295546	2.95704454
202	20.30000000	5.10000000	190.30000000	201.67699849	-11.37699849
203	21.60000000	5.10000000	203.00000000	206.70699120	-3.70699120
204	23.00000000	5.10000000	210.40000000	215.20653101	-4.80653101
205	1.00000000	3.70000000	240.00000000	247.01368227	-7.01368227
206	2.40000000	3.70000000	252.00000000	242.80891655	9.19108345
207	3.80000000	3.70000000	252.00000000	236.40399766	15.59600234
208	5.10000000	3.70000000	219.10000000	228.15697595	-9.05697595
209	6.50000000	3.70000000	223.10000000	218.09304161	5.00695839
210	7.90000000	3.70000000	209.50000000	209.88192395	-0.38192395
211	9.30000000	3.70000000	212.50000000	206.91891327	5.58108673
212	10.60000000	3.70000000	210.00000000	210.11743401	-0.11743401
213	12.00000000	3.70000000	204.00000000	218.06699876	-14.06699876
214	13.40000000	3.70000000	217.60000000	225.76273117	-8.16273117
215	14.80000000	3.70000000	208.90000000	227.53973848	-18.63973849
216	16.10000000	3.70000000	218.10000000	221.15031245	-3.05031245
217	17.50000000	3.70000000	208.00000000	207.10924854	0.89075146
218	18.90000000	3.70000000	190.00000000	191.59041330	-1.59041330
219	20.30000000	3.70000000	188.00000000	182.40935227	5.59064773
220	21.60000000	3.70000000	202.00000000	184.44581856	17.55418144
221	23.00000000	3.70000000	210.00000000	198.21339125	11.78660875
222	1.00000000	2.40000000	246.00000000	257.23893698	-11.23893698
223	2.40000000	2.40000000	245.60000000	251.47402962	-5.87402962
224	3.80000000	2.40000000	225.00000000	243.93734583	-18.93734583

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
225	5.10000000	2.40000000	223.00000000	237.07173626	-14.07173626
226	6.50000000	2.40000000	230.00000000	232.18674153	-2.18674153
227	7.90000000	2.40000000	225.00000000	231.89020351	-6.89020351
228	9.30000000	2.40000000	247.70000000	236.45034795	11.24965205
229	10.60000000	2.40000000	247.50000000	243.07071419	4.42928581
230	12.00000000	2.40000000	277.60000000	248.70416883	28.89583117
231	13.40000000	2.40000000	278.40000000	248.22927534	30.17072465
232	14.80000000	2.40000000	274.20000000	238.94368242	35.25631758
233	16.10000000	2.40000000	224.00000000	223.29603484	0.70396516
234	17.50000000	2.40000000	205.00000000	203.44576425	1.55423575
235	18.90000000	2.40000000	187.00000000	187.31168187	-0.31168187
236	20.30000000	2.40000000	190.00000000	181.08686449	8.91313551
237	21.60000000	2.40000000	205.00000000	186.47658317	18.52341683
238	23.00000000	2.40000000	210.00000000	202.18987157	7.81012843
239	1.00000000	1.00000000	255.00000000	264.52301872	-9.52301872
240	2.40000000	1.00000000	233.10000000	240.14675279	-7.04675279
241	3.80000000	1.00000000	225.00000000	223.28110755	1.71889245
242	5.10000000	1.00000000	230.00000000	222.83761557	7.16238443
243	6.50000000	1.00000000	237.70000000	239.51894058	-1.81894058
244	7.90000000	1.00000000	263.40000000	265.47010908	-2.07010908
245	9.30000000	1.00000000	275.50000000	286.85372891	-11.35372891
246	10.60000000	1.00000000	275.70000000	292.19879358	-16.49879358
247	12.00000000	1.00000000	247.40000000	278.55291241	-31.15291241
248	13.40000000	1.00000000	225.30000000	250.25623156	-24.95623156
249	14.80000000	1.00000000	216.10000000	219.18232141	-3.08232141
250	16.10000000	1.00000000	198.00000000	198.24818064	-0.24818064
251	17.50000000	1.00000000	190.00000000	190.02346593	-0.02346593
252	18.90000000	1.00000000	180.00000000	194.91913416	-14.91913416

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
253	20,30000000	1,00000000	198,00000000	205,57174454	-7,57174454
254	21,60000000	1,00000000	210,00000000	213,67667830	-3,67667830
255	23,00000000	1,00000000	215,00000000	216,88224601	-1,88224601

TABLE 9

00 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
1	1.00000000	20.00000000	255.00000000	247.19104830	7.80895170
2	2.30000000	20.00000000	255.00000000	260.44511232	-5.44511232
3	3.60000000	20.00000000	254.00000000	259.65998702	-5.65998702
4	4.90000000	20.00000000	254.50000000	246.14368861	8.35631139
5	6.20000000	20.00000000	212.10000000	226.85235823	-14.75235822
6	7.50000000	20.00000000	195.00000000	210.77563176	-15.77563176
7	8.80000000	20.00000000	180.00000000	204.65848751	-24.65848751
8	10.10000000	20.00000000	198.00000000	210.19561191	-12.19561190
9	11.40000000	20.00000000	229.00000000	223.96267129	5.03732871
10	12.60000000	20.00000000	255.30000000	238.70930999	16.59069001
11	13.90000000	20.00000000	280.00000000	251.85055307	28.14944693
12	15.20000000	20.00000000	280.70000000	259.97040378	20.72959623
13	16.50000000	20.00000000	225.00000000	264.62738995	-39.62738995
14	17.80000000	20.00000000	266.20000000	269.34675749	-3.14675749
15	19.10000000	20.00000000	310.00000000	276.71034733	33.28965267
16	20.40000000	20.00000000	290.00000000	286.12529349	3.87470651
17	21.70000000	20.00000000	310.70000000	293.66295437	17.03704564
18	23.00000000	20.00000000	306.90000000	294.16050184	12.73949816
19	1.00000000	18.80000000	255.00000000	235.41433774	19.58566226
20	2.30000000	18.80000000	255.00000000	262.33260211	-7.33260211
21	3.60000000	18.80000000	255.00000000	268.68321706	-13.68321706
22	4.90000000	18.80000000	250.80000000	252.51681208	-1.71681208
23	6.20000000	18.80000000	220.00000000	222.75227349	-2.75227349
24	7.50000000	18.80000000	203.00000000	194.31423583	8.68575417
25	8.80000000	18.80000000	188.00000000	180.55486104	7.44513896
26	10.10000000	18.80000000	186.00000000	186.83585909	-0.83585909
27	11.40000000	18.80000000	200.30000000	208.66015162	-8.36015162
28	12.60000000	18.80000000	233.30000000	232.91157652	0.38842348

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
29	13.90000000	18.80000000	251.80000000	252.72625536	-0.92625536
30	15.20000000	18.80000000	255.00000000	259.90209728	-4.90209728
31	16.50000000	18.80000000	200.70000000	256.56755878	-55.86755878
32	17.80000000	18.80000000	262.60000000	251.18570508	11.41429492
33	19.10000000	18.80000000	310.00000000	252.96325267	57.03674733
34	20.40000000	18.80000000	265.80000000	265.88971283	-0.08971283
35	21.70000000	18.80000000	261.90000000	285.81787318	-23.91787318
36	23.00000000	18.80000000	272.60000000	302.31775896	-29.71775896
37	1.00000000	17.60000000	239.20000000	220.62183671	18.57816329
38	2.30000000	17.60000000	250.00000000	242.32597572	7.67402428
39	3.60000000	17.60000000	242.90000000	247.59882567	-4.69882568
40	4.90000000	17.60000000	253.90000000	235.47820387	18.42179613
41	6.20000000	17.60000000	223.00000000	213.19740118	9.80259882
42	7.50000000	17.60000000	199.00000000	192.09928019	6.90071981
43	8.80000000	17.60000000	187.00000000	181.82611825	5.17388175
44	10.10000000	17.60000000	185.00000000	185.83002863	-0.83002863
45	11.40000000	17.60000000	182.00000000	200.42120978	-18.42120978
46	12.60000000	17.60000000	195.70000000	216.38957835	-20.68957835
47	13.90000000	17.60000000	218.00000000	229.32732732	-11.32732732
48	15.20000000	17.60000000	225.70000000	234.77486387	-9.07486387
49	16.50000000	17.60000000	208.20000000	235.46405850	-27.26405850
50	17.80000000	17.60000000	262.80000000	237.77854431	25.02145569
51	19.10000000	17.60000000	275.00000000	247.28362538	27.71637462
52	20.40000000	17.60000000	225.00000000	264.61953729	-39.61953729
53	21.70000000	17.60000000	263.40000000	284.28696929	-20.88696929
54	23.00000000	17.60000000	306.70000000	296.67498969	10.02501032
55	1.00000000	16.40000000	218.00000000	209.26615915	8.73384085
56	2.30000000	16.40000000	220.40000000	215.39126470	5.00873530

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
57	3,60000000	16,40000000	217,00000000	215,66227994	1,33772006
58	4,90000000	16,40000000	219,20000000	211,72339727	7,47660273
59	6,20000000	16,40000000	217,10000000	206,38178640	10,71821360
60	7,50000000	16,40000000	198,30000000	201,94069887	-3,64069887
61	8,80000000	16,40000000	198,00000000	199,21075050	-1,21075050
62	10,10000000	16,40000000	200,50000000	197,68495550	2,81504450
63	11,40000000	16,40000000	190,00000000	196,63648352	-6,63648352
64	12,60000000	16,40000000	180,00000000	196,30191023	-16,30191023
65	13,90000000	16,40000000	193,30000000	198,20441509	-4,90441509
66	15,20000000	16,40000000	195,70000000	204,86887476	-9,16887476
67	16,50000000	16,40000000	225,80000000	218,02015810	7,77984190
68	17,80000000	16,40000000	200,60000000	237,02533684	-36,42533684
69	19,10000000	16,40000000	220,00000000	258,22643884	-38,22643884
70	20,40000000	16,40000000	238,00000000	275,82072673	-37,82072673
71	21,70000000	16,40000000	272,60000000	284,07391697	-11,47391697
72	23,00000000	16,40000000	310,00000000	279,89206214	30,10793786
73	1,00000000	15,30000000	199,00000000	206,53416535	-7,53416535
74	2,30000000	15,30000000	188,00000000	199,75758396	-11,75758396
75	3,60000000	15,30000000	182,00000000	196,28813342	-14,28813342
76	4,90000000	15,30000000	180,00000000	199,24404781	-19,24404781
77	6,20000000	15,30000000	180,00000000	207,14371340	-27,14371340
78	7,50000000	15,30000000	190,00000000	214,72924931	-24,72924931
79	8,80000000	15,30000000	213,00000000	216,14474693	-3,14474693
80	10,10000000	15,30000000	227,50000000	208,70343964	18,79656036
81	11,40000000	15,30000000	208,00000000	195,08880329	12,91119671
82	12,60000000	15,30000000	193,00000000	183,34004266	9,65995734
83	13,90000000	15,30000000	185,00000000	179,53563722	5,46436278
84	15,20000000	15,30000000	195,30000000	190,39169446	4,90830554

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
85	16.50000000	15.30000000	250.00000000	215.19709888	34.80290112
86	17.80000000	15.30000000	270.20000000	246.59495794	23.60504206
87	19.10000000	15.30000000	289.70000000	273.58919257	16.11080743
88	20.40000000	15.30000000	275.00000000	286.51562820	-11.51562820
89	21.70000000	15.30000000	310.00000000	281.54271146	28.45728854
90	23.00000000	15.30000000	300.00000000	262.44467027	37.55532973
91	1.00000000	14.10000000	205.90000000	213.34992571	-7.44992571
92	2.30000000	14.10000000	203.50000000	201.96528210	1.53471790
93	3.60000000	14.10000000	203.90000000	197.81304352	6.08695648
94	4.90000000	14.10000000	206.50000000	203.48482639	3.01517361
95	6.20000000	14.10000000	208.00000000	215.01657228	-7.01657228
96	7.50000000	14.10000000	225.70000000	224.31815801	1.38184199
97	8.80000000	14.10000000	226.00000000	224.07672825	1.92327175
98	10.10000000	14.10000000	228.00000000	212.39294969	15.60705031
99	11.40000000	14.10000000	223.00000000	194.51280903	28.48719097
100	12.60000000	14.10000000	203.00000000	181.24838180	21.75161820
101	13.90000000	14.10000000	183.00000000	179.73621511	3.26378489
102	15.20000000	14.10000000	195.20000000	196.02965842	-0.82965842
103	16.50000000	14.10000000	250.70000000	226.43287569	24.26712431
104	17.80000000	14.10000000	282.40000000	260.10220456	22.29779544
105	19.10000000	14.10000000	310.00000000	284.02525540	25.97474460
106	20.40000000	14.10000000	310.00000000	289.29767454	20.70232546
107	21.70000000	14.10000000	266.60000000	275.49929502	-8.89929502
108	23.00000000	14.10000000	267.00000000	250.89021268	16.10978732
109	1.00000000	12.90000000	230.00000000	227.29276675	2.70723325
110	2.30000000	12.90000000	230.00000000	221.66846473	8.33153527
111	3.60000000	12.90000000	220.60000000	219.49421173	1.10578827
112	4.90000000	12.90000000	237.40000000	221.36280853	16.03719147

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
113	6,20000000	12,90000000	253,00000000	224,31685857	28,68314143
114	7,50000000	12,90000000	231,20000000	223,95182225	7,24817775
115	8,80000000	12,90000000	215,00000000	217,51226688	-2,51226688
116	10,10000000	12,90000000	206,30000000	206,16339145	0,13660855
117	11,40000000	12,90000000	208,40000000	195,04685578	13,35314422
118	12,60000000	12,90000000	193,00000000	190,87182942	2,12817058
119	13,90000000	12,90000000	182,00000000	197,62318374	-15,62318374
120	15,20000000	12,90000000	195,30000000	216,40327087	-21,10327087
121	16,50000000	12,90000000	235,00000000	252,11704850	-17,11704850
122	17,80000000	12,90000000	264,00000000	266,14661641	-2,14661641
123	19,10000000	12,90000000	298,40000000	280,25132473	18,14867527
124	20,40000000	12,90000000	297,60000000	280,45686907	17,14313094
125	21,70000000	12,90000000	250,50000000	268,94484936	-18,44484936
126	23,00000000	12,90000000	227,20000000	252,93023176	-25,73023177
127	1,00000000	11,70000000	253,30000000	242,21326749	11,08673251
128	2,30000000	11,70000000	246,70000000	246,22999942	0,47000058
129	3,60000000	11,70000000	250,00000000	245,46940995	4,53059005
130	4,90000000	11,70000000	255,50000000	238,97507150	16,52492850
131	6,20000000	11,70000000	225,10000000	227,53743269	-2,43743268
132	7,50000000	11,70000000	193,30000000	213,85335553	-20,55335553
133	8,80000000	11,70000000	190,30000000	201,84381088	-11,54381088
134	10,10000000	11,70000000	188,30000000	195,33217076	-7,03217076
135	11,40000000	11,70000000	180,00000000	196,62482388	-16,62482388
136	12,60000000	11,70000000	185,00000000	204,70341159	-19,70341159
137	13,90000000	11,70000000	192,00000000	218,69662021	-26,69662021
138	15,20000000	11,70000000	202,00000000	234,48745108	-32,48745108
139	16,50000000	11,70000000	220,80000000	248,37408109	-27,57408109
140	17,80000000	11,70000000	263,00000000	258,02509744	4,97490256

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
141	19.10000000	11.70000000	249.80000000	263,11202803	-13.31202802
142	20.40000000	11.70000000	275.20000000	264,99373567	10.20626433
143	21.70000000	11.70000000	225.00000000	265,67372098	-40.67372098
144	23.00000000	11.70000000	257.00000000	266,58618819	-9.58618819
145	1.00000000	10.50000000	260.00000000	252,22327947	7.77672052
146	2.30000000	10.50000000	275.00000000	261,46911044	13.53088956
147	3.60000000	10.50000000	250.30000000	258,72514342	-8.42514341
148	4.90000000	10.50000000	225.00000000	243,46393709	-18.46393709
149	6.20000000	10.50000000	195.30000000	220,77753194	-25.47753194
150	7.50000000	10.50000000	188.00000000	199,16318388	-11.16318388
151	8.80000000	10.50000000	180.00000000	186,60860272	-6.60860272
152	10.10000000	10.50000000	185.00000000	186,95716351	-1.95716351
153	11.40000000	10.50000000	190.30000000	198,38402114	-8.08402114
154	12.60000000	10.50000000	197.30000000	213,45311977	-16.15311977
155	13.90000000	10.50000000	225.50000000	227,94587292	-2.44587292
156	15.20000000	10.50000000	234.60000000	236,02850526	-1.42850526
157	16.50000000	10.50000000	261.80000000	237,71817642	24.08182357
158	17.80000000	10.50000000	267.00000000	237,27766111	29.72233889
159	19.10000000	10.50000000	223.00000000	240,39295423	-17.39295423
160	20.40000000	10.50000000	222.00000000	250,54562344	-28.54562344
161	21.70000000	10.50000000	252.50000000	266,57110433	-14.07110433
162	23.00000000	10.50000000	286.70000000	282,76727802	3.93272199
163	1.00000000	9.30000000	260.00000000	254,68430685	5.31569315
164	2.30000000	9.30000000	257.20000000	260,63168537	-3.43168537
165	3.60000000	9.30000000	258.70000000	252,42353077	6.27646923
166	4.90000000	9.30000000	220.00000000	231,87024699	-11.87024699
167	6.20000000	9.30000000	193.30000000	206,65388652	-13.35388652
168	7.50000000	9.30000000	182.00000000	186,62166329	-4.62166329

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
169	8.80000000	9.30000000	193.00000000	178.95745678	14.04254322
170	10.10000000	9.30000000	199.00000000	184.77339591	14.22660409
171	11.40000000	9.30000000	208.30000000	198.90916536	9.39083464
172	12.60000000	9.30000000	227.00000000	212.11516120	14.88483880
173	13.90000000	9.30000000	254.00000000	220.02701185	33.97298815
174	15.20000000	9.30000000	252.40000000	219.41183540	32.98816460
175	16.50000000	9.30000000	250.90000000	214.35903626	36.54096374
176	17.80000000	9.30000000	223.00000000	212.65584208	10.34415792
177	19.10000000	9.30000000	203.50000000	221.14722288	-17.64722288
178	20.40000000	9.30000000	255.50000000	241.37464549	14.12535451
179	21.70000000	9.30000000	278.30000000	267.89561419	10.40438581
180	23.00000000	9.30000000	308.70000000	290.31758292	18.38241708
181	1.00000000	8.10000000	250.00000000	251.20338708	-1.20338708
182	2.30000000	8.10000000	241.50000000	247.98649179	-6.48649179
183	3.60000000	8.10000000	241.70000000	233.77832391	7.92167608
184	4.90000000	8.10000000	215.10000000	212.96976937	2.13023063
185	6.20000000	8.10000000	192.00000000	193.06908336	-1.06908336
186	7.50000000	8.10000000	182.00000000	181.05962292	0.94037708
187	8.80000000	8.10000000	192.00000000	179.96907737	12.03092263
188	10.10000000	8.10000000	203.00000000	187.49941851	15.50058149
189	11.40000000	8.10000000	213.30000000	197.48529147	15.81470853
190	12.60000000	8.10000000	200.00000000	203.22036227	-3.22036227
191	13.90000000	8.10000000	198.30000000	202.57849066	-4.27849066
192	15.20000000	8.10000000	197.30000000	196.65402989	0.64597011
193	16.50000000	8.10000000	193.70000000	191.65491929	2.04508071
194	17.80000000	8.10000000	200.90000000	194.81093830	6.08906170
195	19.10000000	8.10000000	208.60000000	210.13281561	-1.53281561
196	20.40000000	8.10000000	253.70000000	235.57156729	18.12843271

NO DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
197	21.70000000	8.10000000	293.30000000	263,16873744	30,13126256
198	23.00000000	8.10000000	292,70000000	282,28539933	10,41460067
199	1,00000000	6,90000000	245,00000000	246,20791405	-1,20791405
200	2,30000000	6,90000000	232,50000000	235,00277396	-2,50277396
201	3.60000000	6.90000000	205.50000000	218,19281875	-12,69281875
202	4,90000000	6.90000000	197,00000000	200,95078276	-3,95078276
203	6.20000000	6,90000000	190,00000000	188,46933724	1,53066276
204	7.50000000	6,90000000	185,00000000	183,65135308	1,34864692
205	8,80000000	6.90000000	185,00000000	185,85160513	-0,85160513
206	10,10000000	6,90000000	190,00000000	191,36393280	-1,36393280
207	11,40000000	6,90000000	190,30000000	195,46268444	-5,16268444
208	12,60000000	6.90000000	188,00000000	195,20558582	-7,20558582
209	13,90000000	6,90000000	180,00000000	190,60751371	-10,60751371
210	15.20000000	6,90000000	180,00000000	184,89255376	-4,89255376
211	16,50000000	6,90000000	180,00000000	183,26434535	-3,26434535
212	17,80000000	6,90000000	180,00000000	189,97222813	-9,97222813
213	19,10000000	6,90000000	195,30000000	205,83853577	-10,53853577
214	20,40000000	6,90000000	221,00000000	227,33597124	-6,33597124
215	21,70000000	6,90000000	270,60000000	247,73534482	22,86465517
216	23,00000000	6,90000000	226,70000000	259,83119911	-33,13119911
217	1,00000000	5,80000000	240,00000000	244,09521800	-4,09521800
218	2,30000000	5,80000000	230,10000000	231,63753823	-1,53753823
219	3,60000000	5,80000000	223,00000000	217,11841080	5,88158920
220	4,90000000	5,80000000	220,20000000	204,13902721	16,06097279
221	6,20000000	5,80000000	198,30000000	195,33952956	2,96047044
222	7,50000000	5,80000000	195,00000000	191,63382535	3,36617465
223	8,80000000	5,80000000	188,00000000	192,05115986	-4,05115986
224	10,10000000	5,80000000	185,00000000	194,37553833	-9,37553833

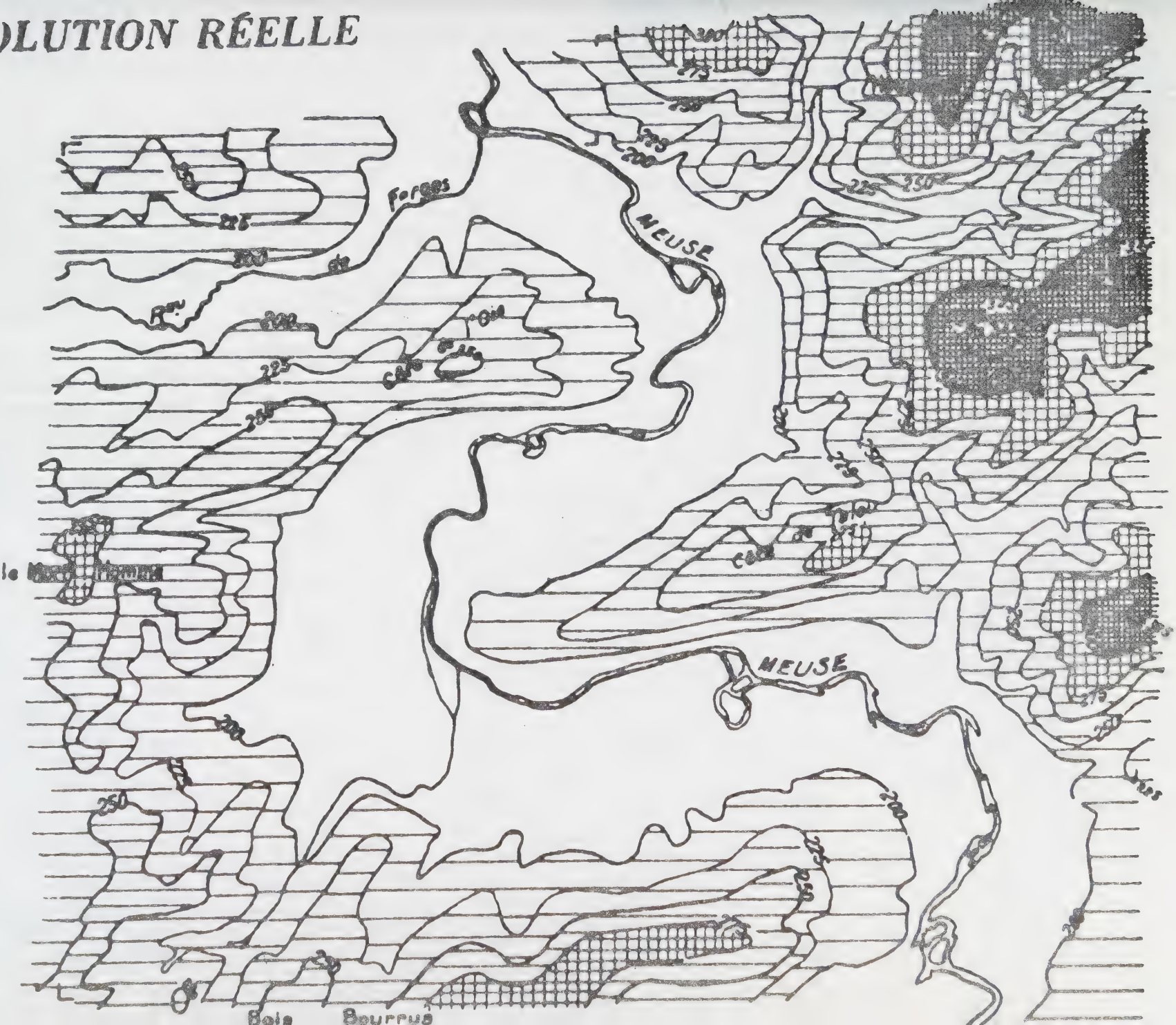
0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
225	11.40000000	5.80000000	185.00000000	196.23422147	-11.23422147
226	12.60000000	5.80000000	187.00000000	196.26915600	-9.26915600
227	13.90000000	5.80000000	190.00000000	194.54177175	-4.54177175
228	15.20000000	5.80000000	195.30000000	192.44247761	2.85752239
229	16.50000000	5.80000000	198.00000000	192.18352811	5.81647189
230	17.80000000	5.80000000	190.00000000	195.62285292	-5.62285292
231	19.10000000	5.80000000	180.30000000	203.30811134	-23.00811134
232	20.40000000	5.80000000	195.30000000	214.06700186	-18.76700186
233	21.70000000	5.80000000	209.00000000	225.30551813	-16.30551813
234	23.00000000	5.80000000	210.30000000	233.87043113	-23.57043112
235	1.00000000	4.60000000	240.00000000	246.36331633	-6.36331633
236	2.30000000	4.60000000	253.00000000	239.07456628	13.92543372
237	3.60000000	4.60000000	228.10000000	230.38031976	-2.28031976
238	4.90000000	4.60000000	229.00000000	220.85242653	8.14757347
239	6.20000000	4.60000000	198.00000000	211.47191401	-13.47191401
240	7.50000000	4.60000000	223.30000000	203.82231823	19.47768177
241	8.80000000	4.60000000	198.00000000	199.65514649	-1.65514649
242	10.10000000	4.60000000	200.00000000	200.00257675	-0.00257675
243	11.40000000	4.60000000	197.00000000	204.36259607	-7.36259607
244	12.60000000	4.60000000	198.00000000	210.06130363	-12.06130363
245	13.90000000	4.60000000	205.00000000	215.08233846	-10.08233846
246	15.20000000	4.60000000	222.80000000	216.18571059	6.61428941
247	16.50000000	4.60000000	214.30000000	212.35744883	1.94255117
248	17.80000000	4.60000000	200.00000000	205.12012108	-5.12012108
249	19.10000000	4.60000000	185.00000000	198.07924847	-13.07924847
250	20.40000000	4.60000000	188.00000000	195.35272161	-7.35272161
251	21.70000000	4.60000000	202.00000000	199.55484295	2.44515705
252	23.00000000	4.60000000	210.00000000	210.29630681	-0.29630681

...O DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
253	1.00000000	3.40000000	242.00000000	252.28738654	-10.28738654
254	2.30000000	3.40000000	254.00000000	250.27347970	3.72652030
255	3.60000000	3.40000000	253.00000000	245.72637605	7.27362395
256	4.90000000	3.40000000	227.00000000	237.69441749	-10.69441749
257	6.20000000	3.40000000	222.30000000	227.26582720	-4.96582720
258	7.50000000	3.40000000	221.30000000	217.63710057	3.66289943
259	8.80000000	3.40000000	214.80000000	212.70519669	2.09480331
260	10.10000000	3.40000000	213.50000000	214.87457321	-1.37457321
261	11.40000000	3.40000000	221.80000001	223.31422792	-1.51422792
262	12.60000000	3.40000000	224.60000000	233.02567033	-8.42567033
263	13.90000000	3.40000000	238.90000000	240.00084689	-1.10084689
264	15.20000000	3.40000000	251.00000000	238.38579498	12.61420502
265	16.50000000	3.40000000	225.00000000	226.74512442	-1.74512442
266	17.80000000	3.40000000	200.00000000	208.45364533	-8.45364533
267	19.10000000	3.40000000	185.00000000	190.58293535	-5.58293535
268	20.40000000	3.40000000	187.00000000	180.86626544	6.13373456
269	21.70000000	3.40000000	201.00000000	184.11423998	16.88576002
270	23.00000000	3.40000000	210.00000000	199.79963679	10.20036321
271	1.00000000	2.20000000	248.00000000	258.83468624	-10.83468624
272	2.30000000	2.20000000	247.00000000	252.59929138	-5.59929136
273	3.60000000	2.20000000	225.00000000	244.71919708	-19.71919708
274	4.90000000	2.20000000	224.00000000	237.16038786	-13.16038786
275	6.20000000	2.20000000	230.00000000	232.31262111	-2.31262111
276	7.50000000	2.20000000	220.00000000	232.08912422	-12.08912422
277	8.80000000	2.20000000	250.50000000	236.87935042	13.62064958
278	10.10000000	2.20000000	241.50000000	244.91957457	-3.41957457
279	11.40000000	2.20000000	275.80000000	252.55026550	23.24973449
280	12.60000000	2.20000000	280.00000000	255.47678277	24.52321723

0 DE MESURE	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	Z MESURE	Z ESTIME	RESIDU
281	13.90000000	2.20000000	277.20000000	251.10114062	26.09885938
282	15.20000000	2.20000000	265.90000000	238.20824161	27.69175839
283	16.50000000	2.20000000	215.40000000	219.37294698	-3.97294698
284	17.80000000	2.20000000	200.00000000	199.83699693	0.16300307
285	19.10000000	2.20000000	182.00000000	185.66094766	-3.66094766
286	20.40000000	2.20000000	192.00000000	181.40246034	10.59753966
287	21.70000000	2.20000000	207.00000000	188.29912059	18.70087941
288	23.00000000	2.20000000	210.00000000	203.74655221	6.25344779
289	1.00000000	1.00000000	255.00000000	263.46582581	-8.46582581
290	2.30000000	1.00000000	247.10000000	238.06204340	9.03795660
291	3.60000000	1.00000000	225.00000000	216.82589405	8.17410595
292	4.90000000	1.00000000	227.00000000	210.02346877	16.97653123
293	6.20000000	1.00000000	242.00000000	221.37366387	20.62633613
294	7.50000000	1.00000000	248.90000000	246.05083339	2.84916661
295	8.80000000	1.00000000	280.70000000	272.77583422	7.92416579
296	10.10000000	1.00000000	279.00000000	289.00904097	-10.00904097
297	11.40000000	1.00000000	267.10000000	286.72458797	-19.62458797
298	12.60000000	1.00000000	240.80000000	268.08671733	-27.28671733
299	13.90000000	1.00000000	227.10000000	237.12076914	-10.02076914
300	15.20000000	1.00000000	200.70000000	206.29956051	-5.59956051
301	16.50000000	1.00000000	196.30000000	186.01626604	10.28373396
302	17.80000000	1.00000000	190.00000000	180.97278577	9.02721423
303	19.10000000	1.00000000	180.00000000	188.76158879	-8.76158879
304	20.40000000	1.00000000	198.00000000	202.00578413	-4.00578413
305	21.70000000	1.00000000	210.00000000	212.71368272	-2.71368272
306	23.00000000	1.00000000	215.00000000	216.44904297	-1.44904297

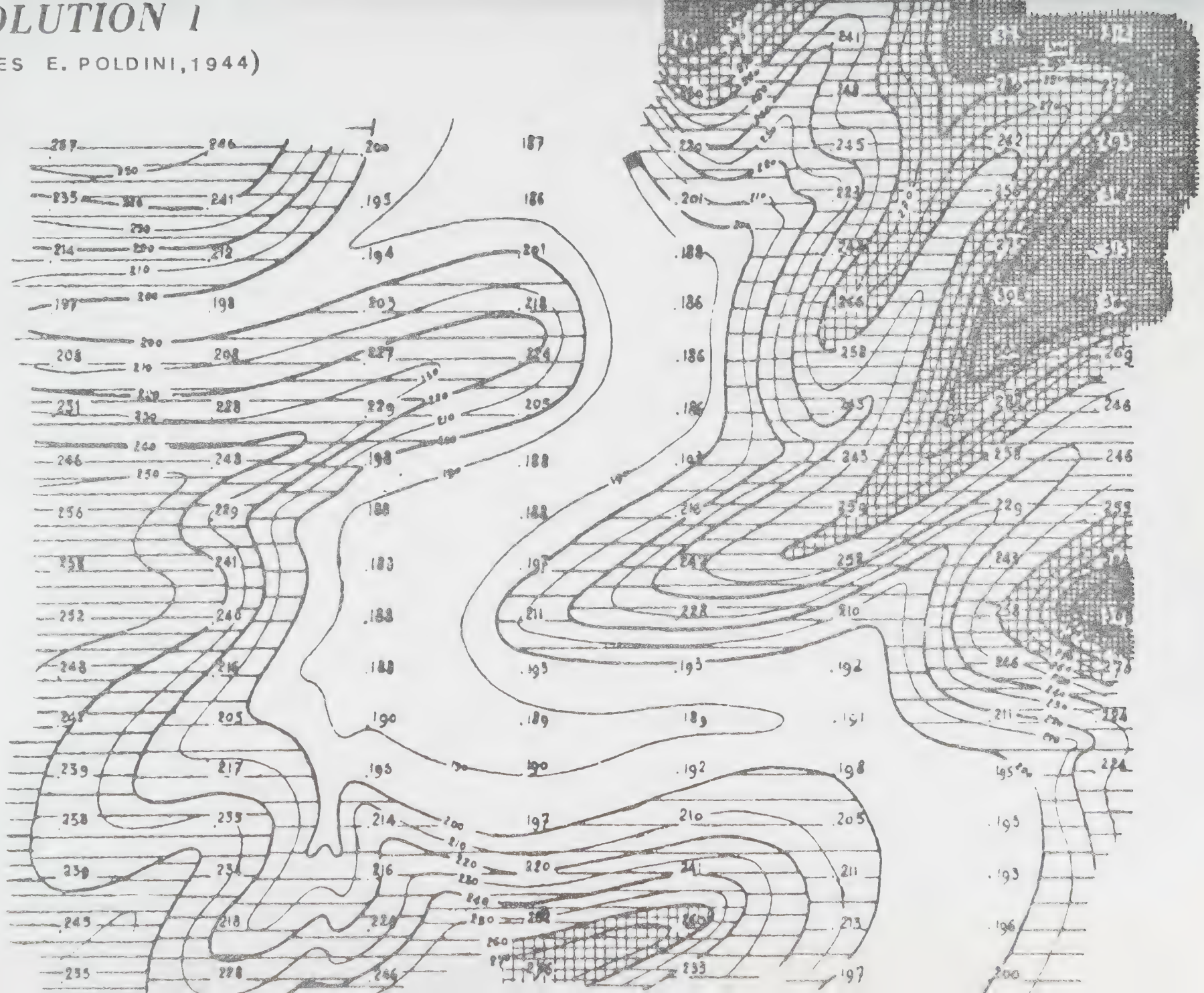
APPENDICE II.

SOLUTION RÉELLE



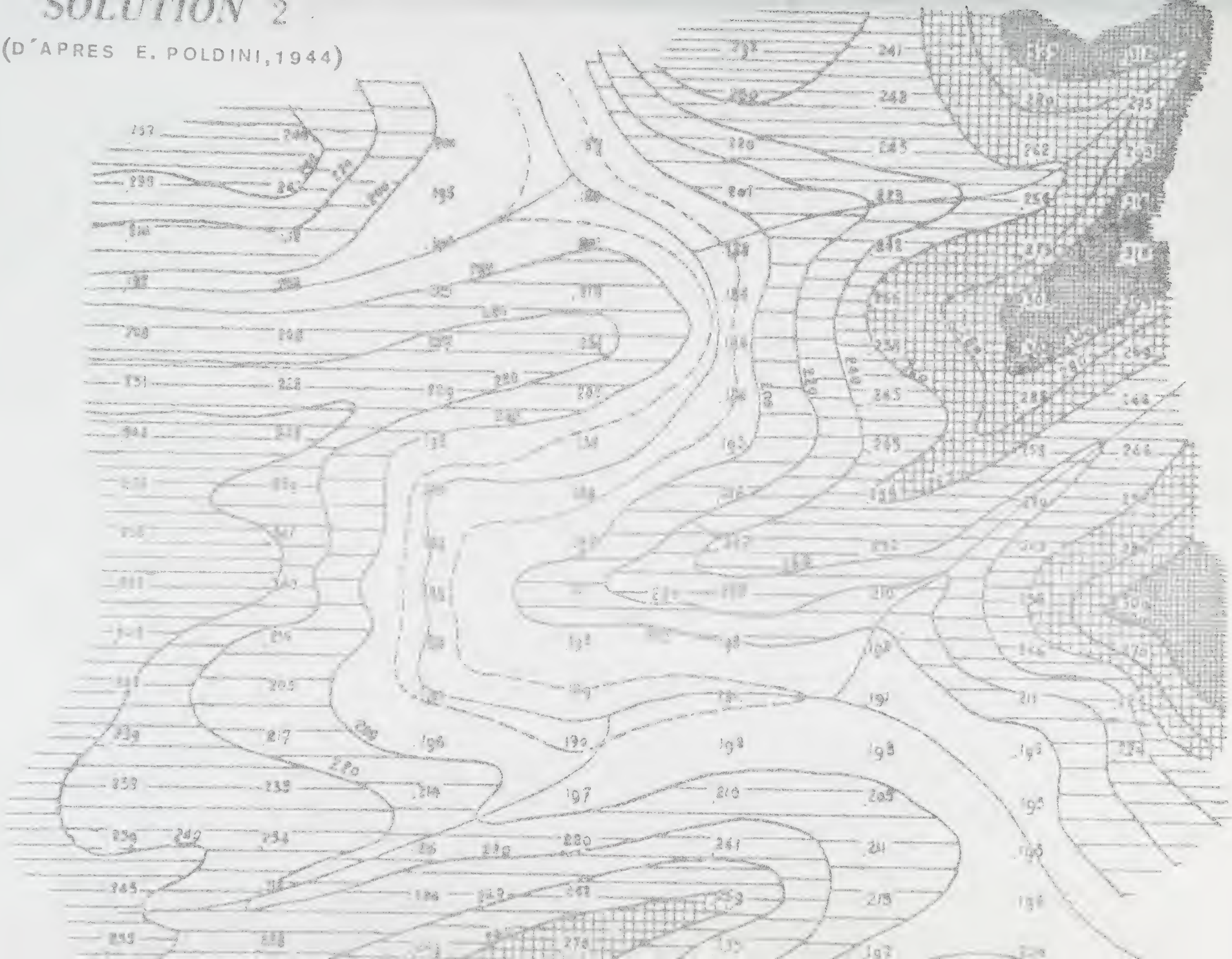
SOLUTION I

(D'APRES E. POLDINI, 1944)

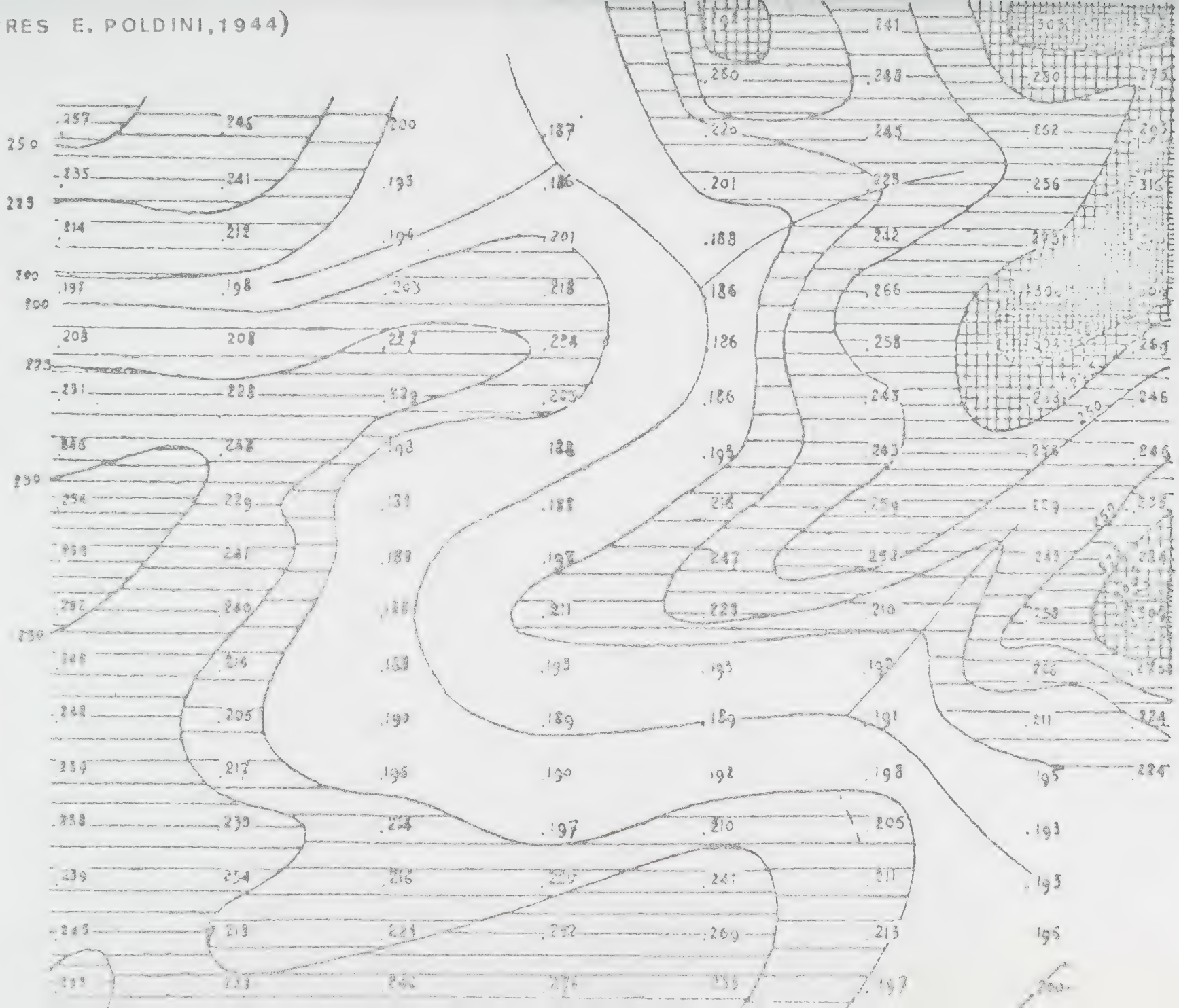


SOLUTION 2

(D'APRES E. POLDINI, 1944)

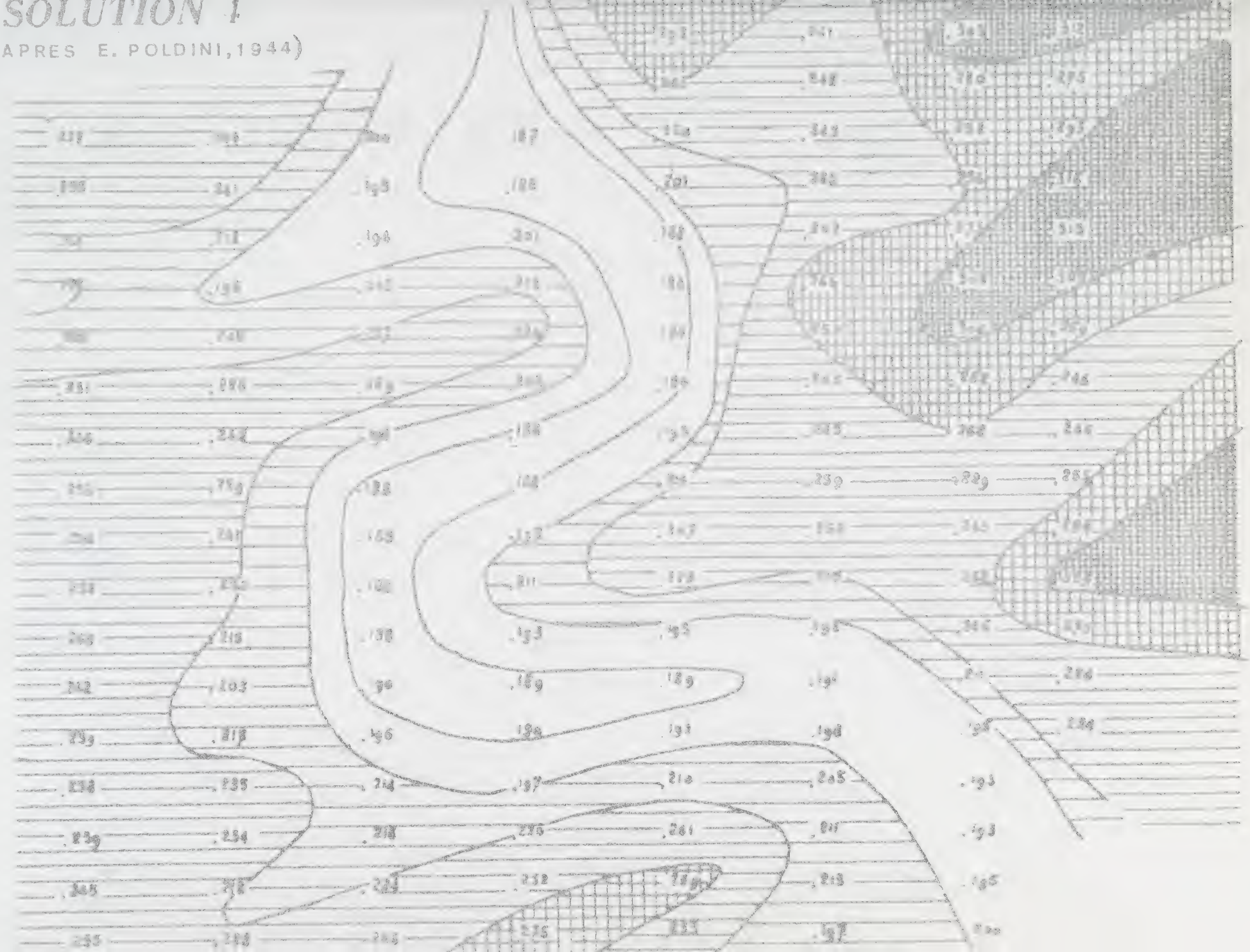


(D'APRES E. POLDINI, 1944)



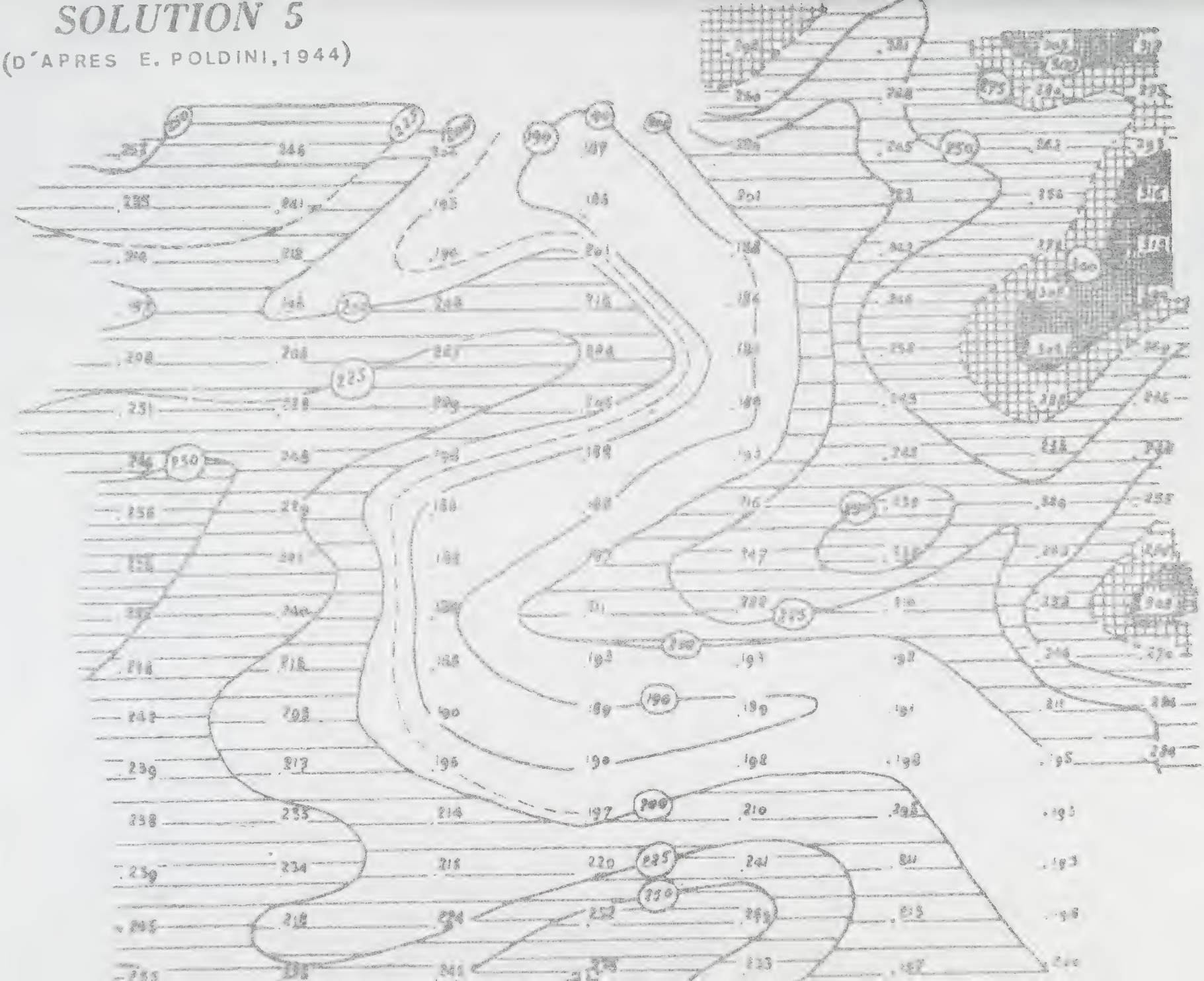
SOLUTION I

(D'APRES E. POLDINI, 1944)



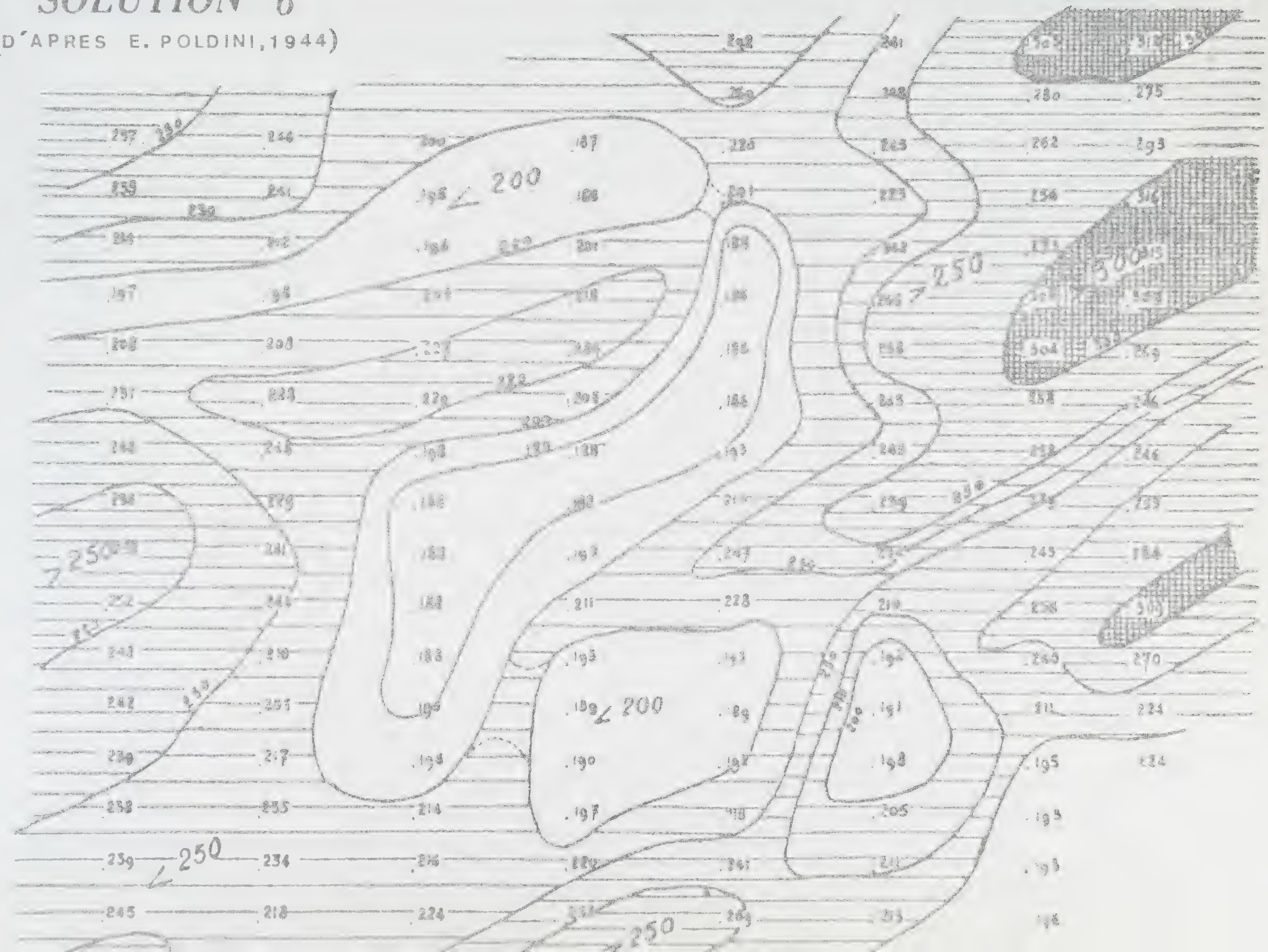
SOLUTION 5

(D'APRES E. POLDINI, 1944)

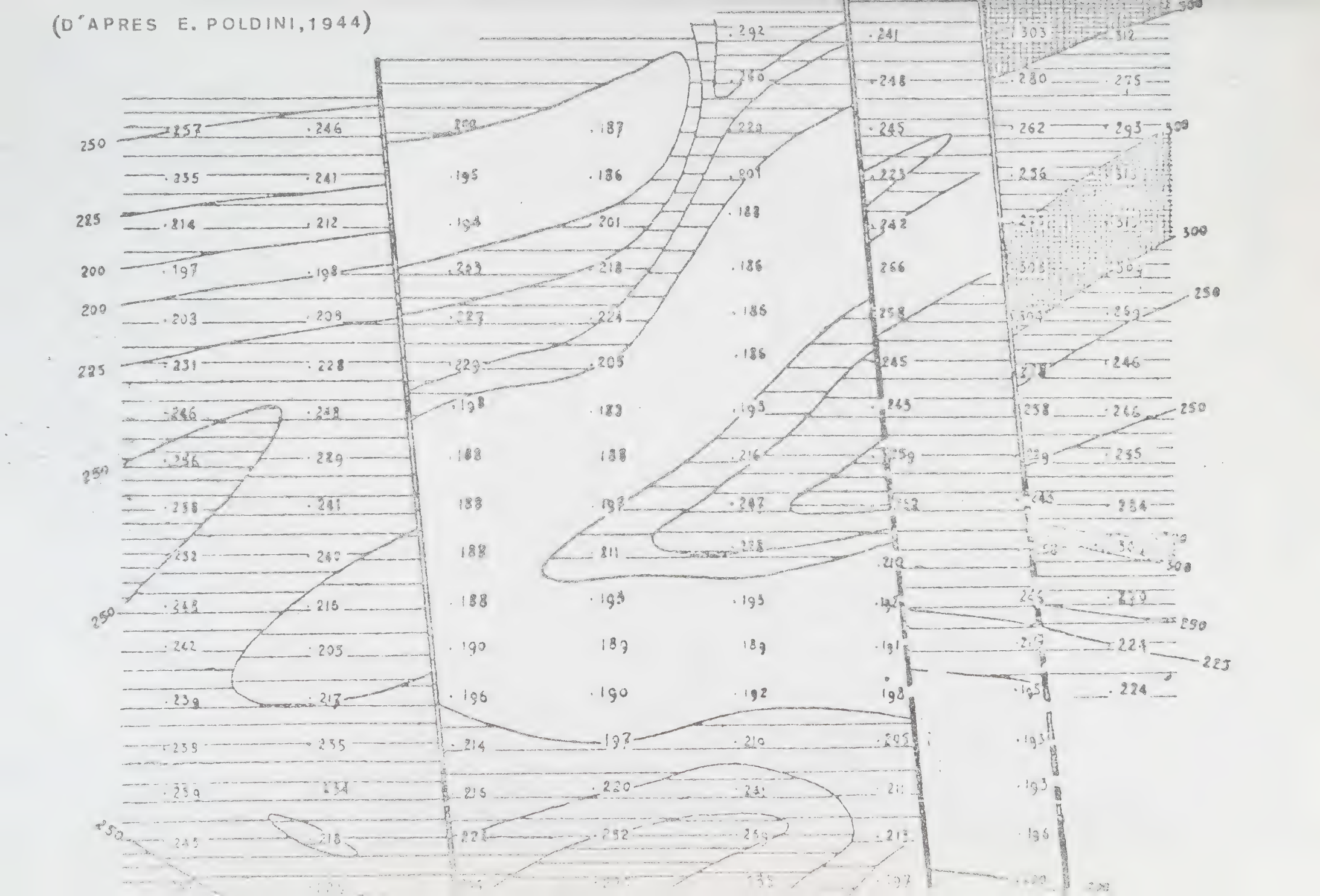


SOLUTION 6

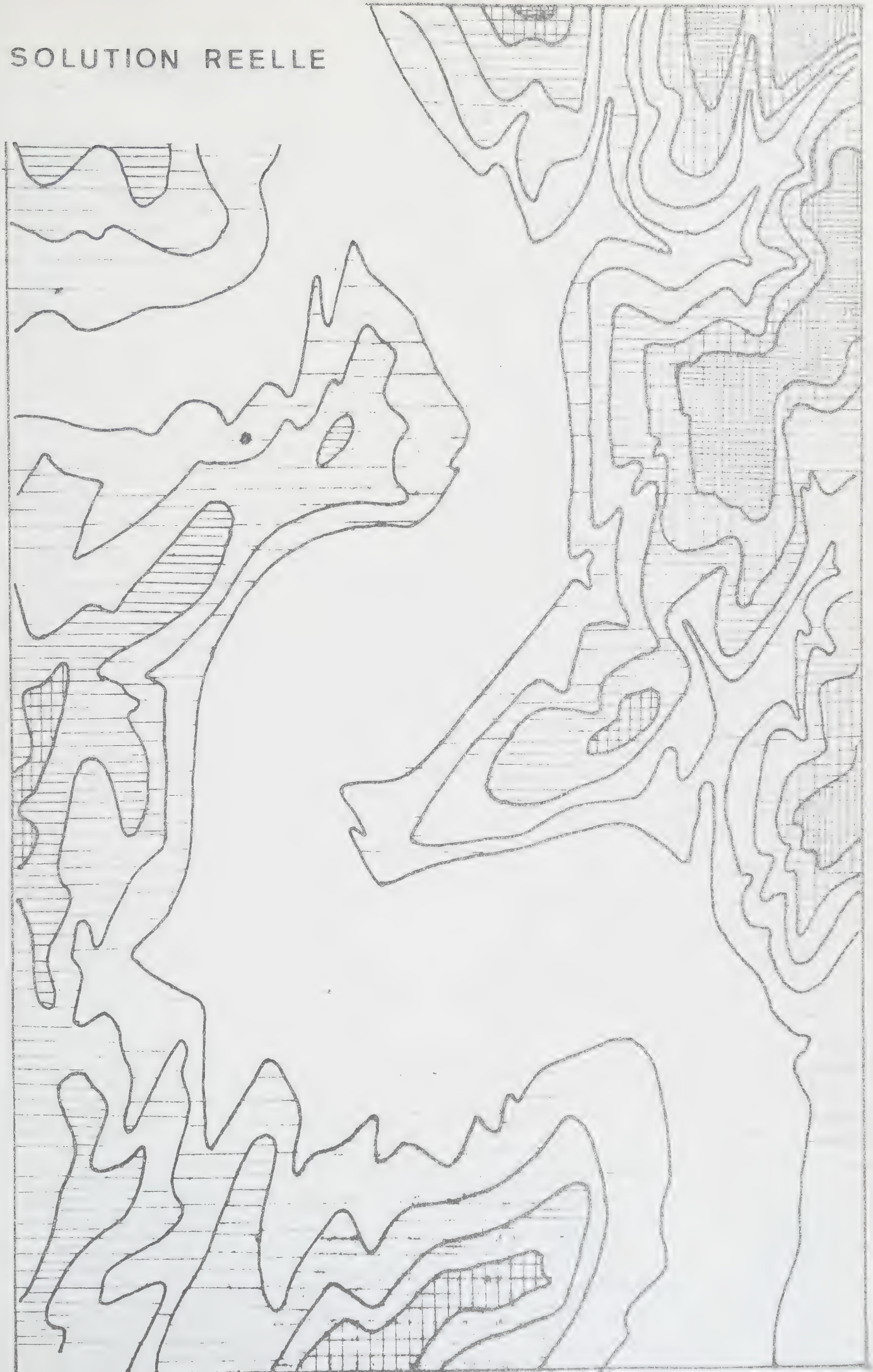
(D'APRES E. POLDINI, 1944)



(D'APRES E. POLDINI, 1944)



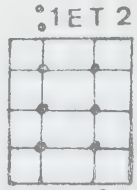
SOLUTION REELLE



CARTE 1

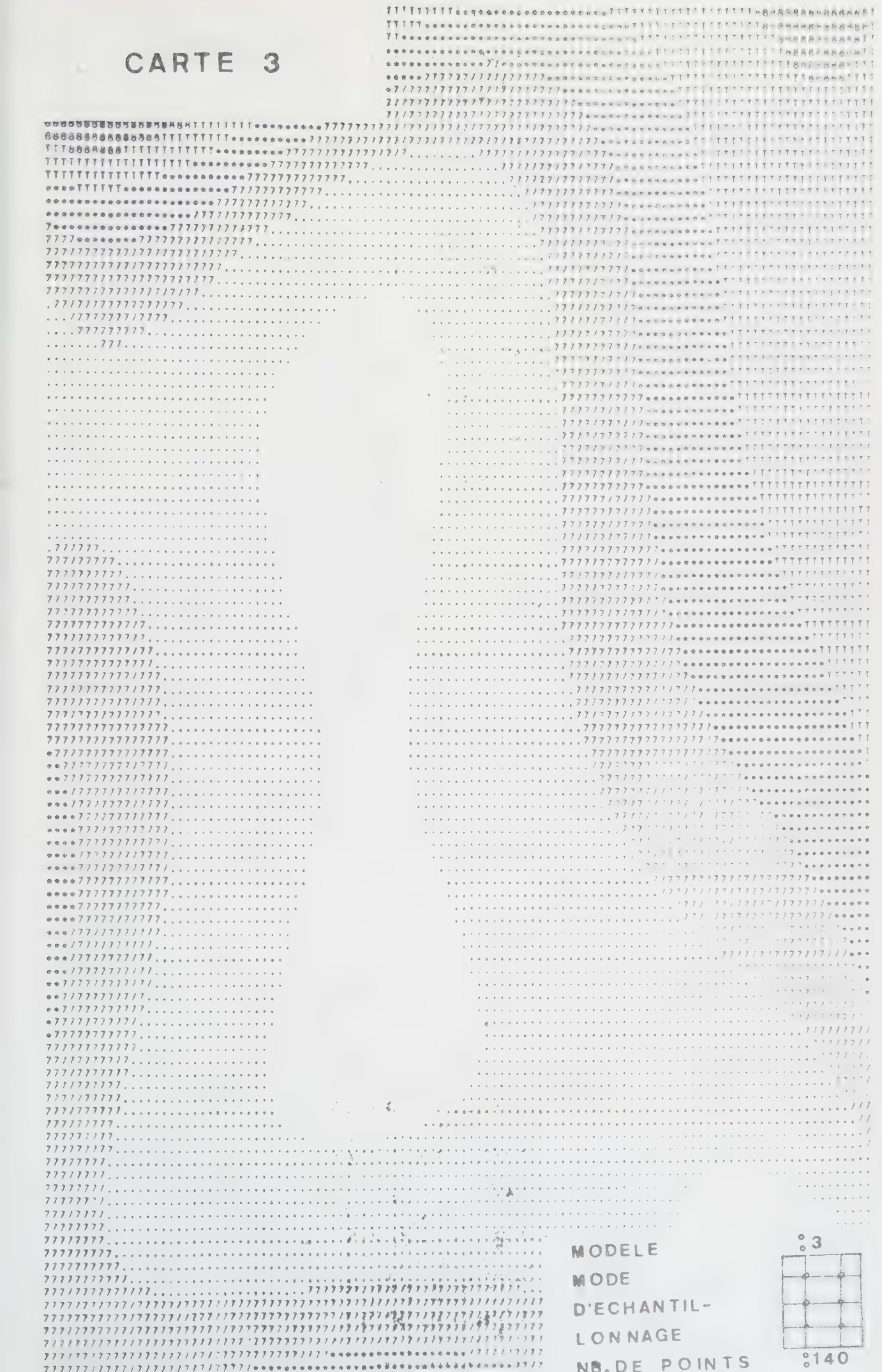
MODELE : 1 ET 2

MODE D'ECHANTILLONNAGE



NB. DE POINTS : 140

CARTE 3



CARTE 4

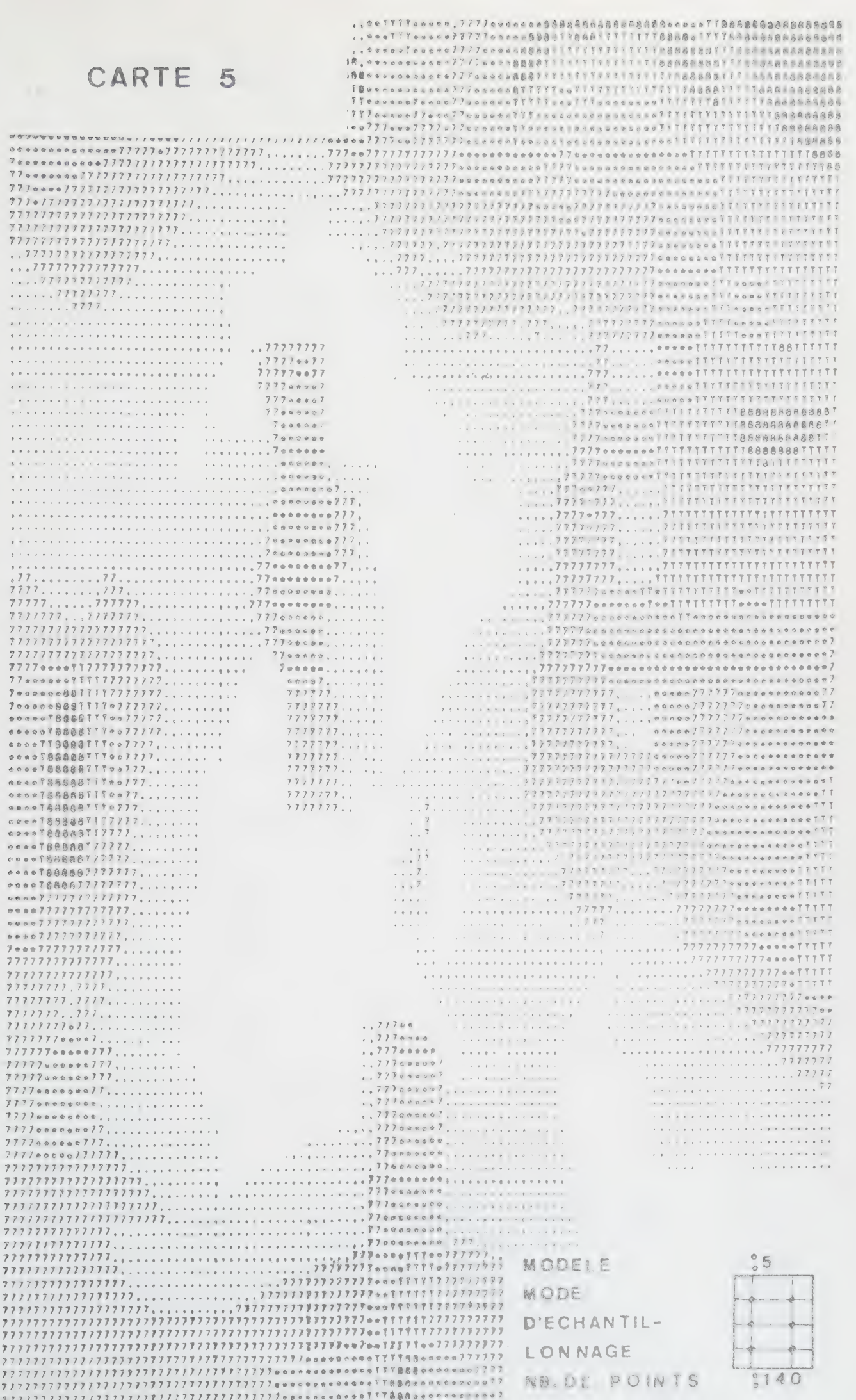


MODELE

MODE D'ECHANTILLONNAGE

NB. DE POINTS

CARTE 5

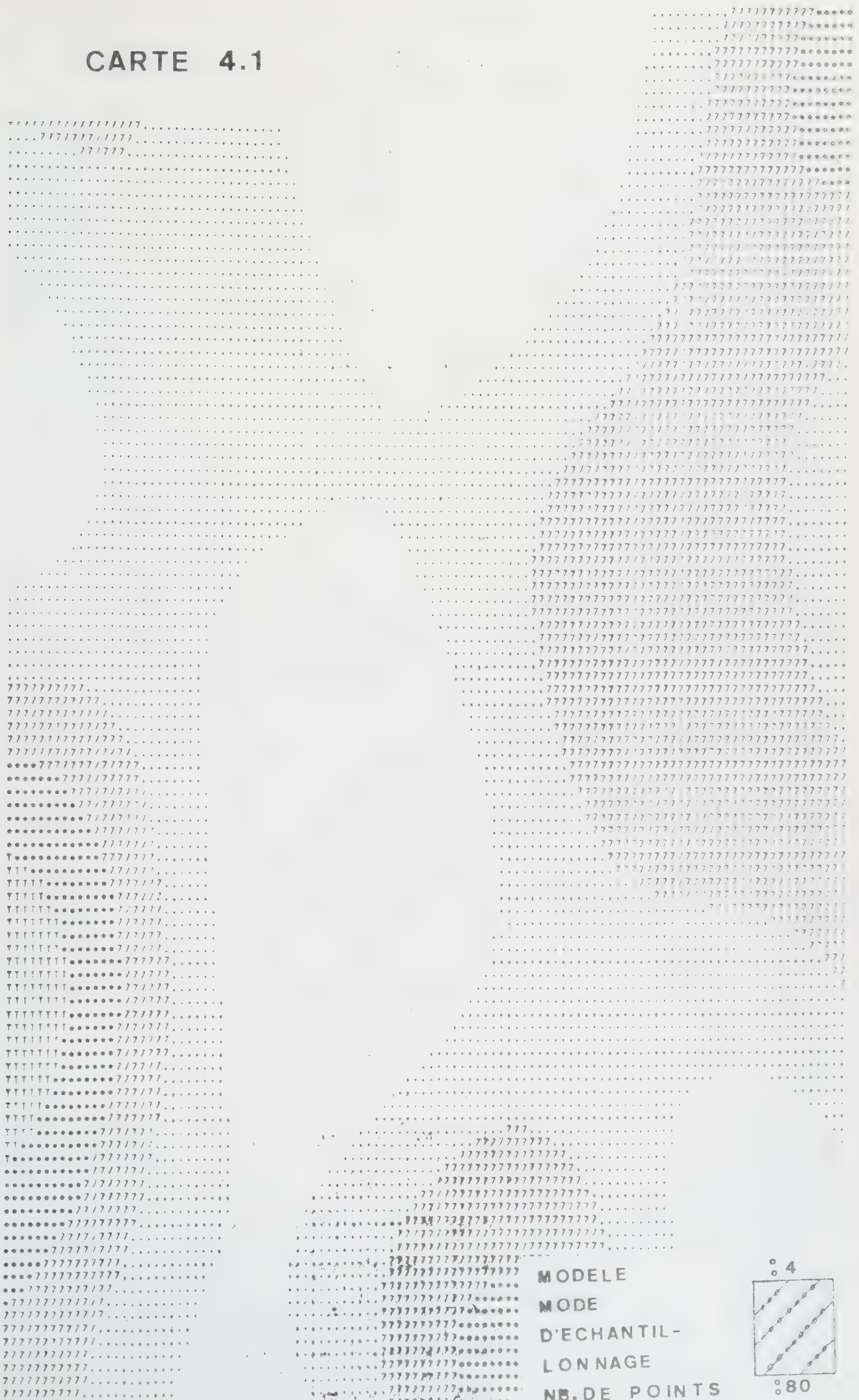


MODELE

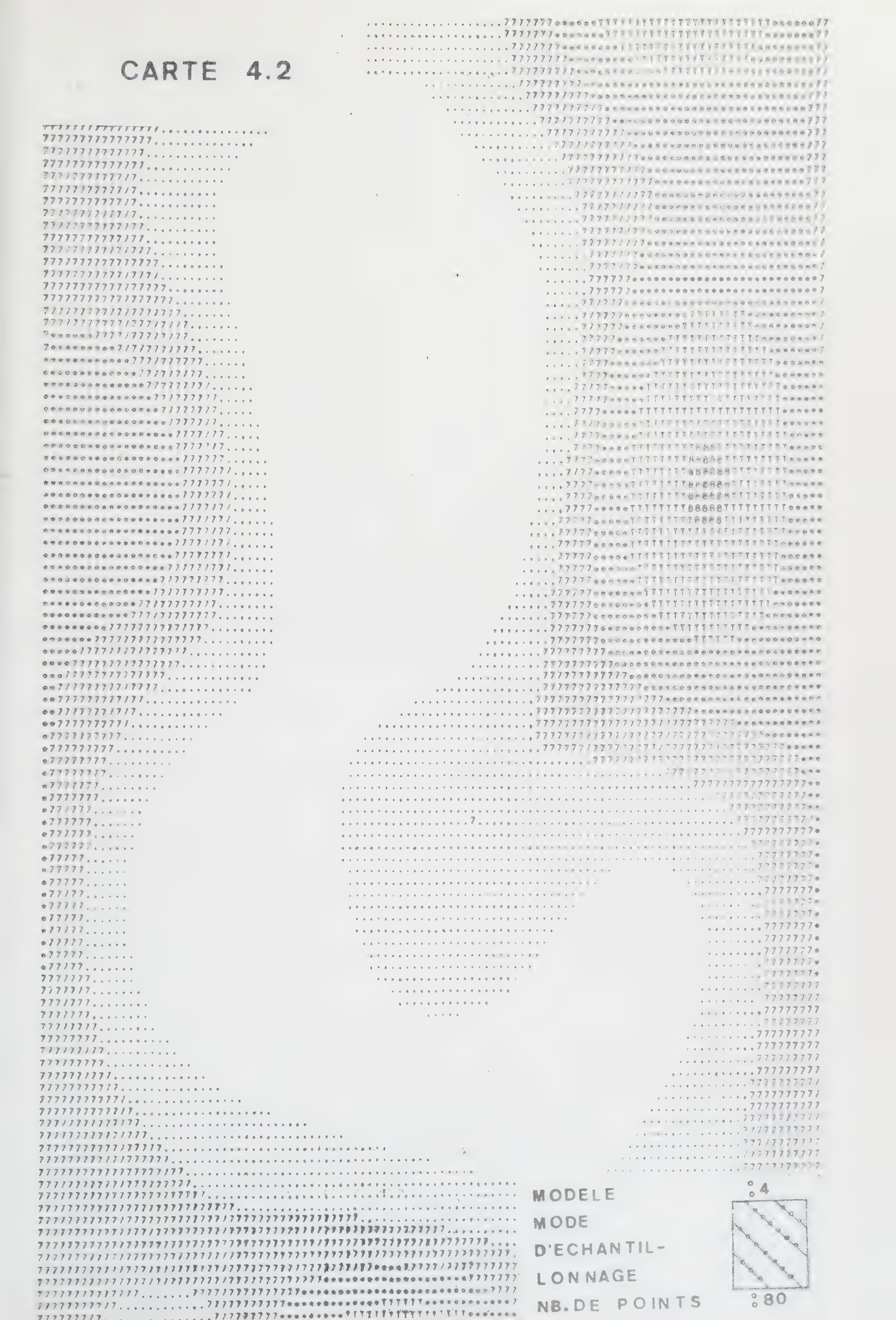
MODE D'ECHANTILLONNAGE

NB. DE POINTS

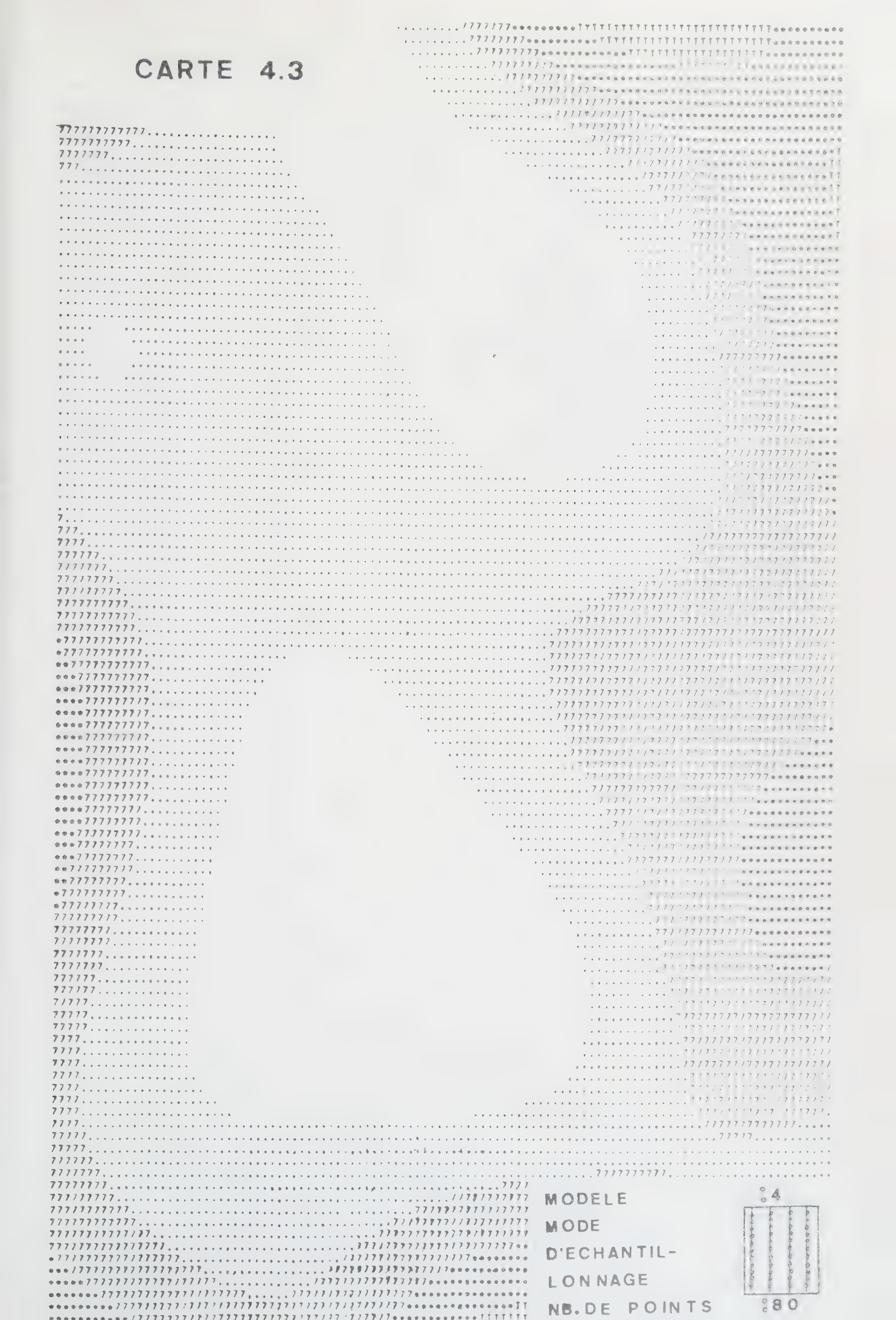
CARTE 4.1



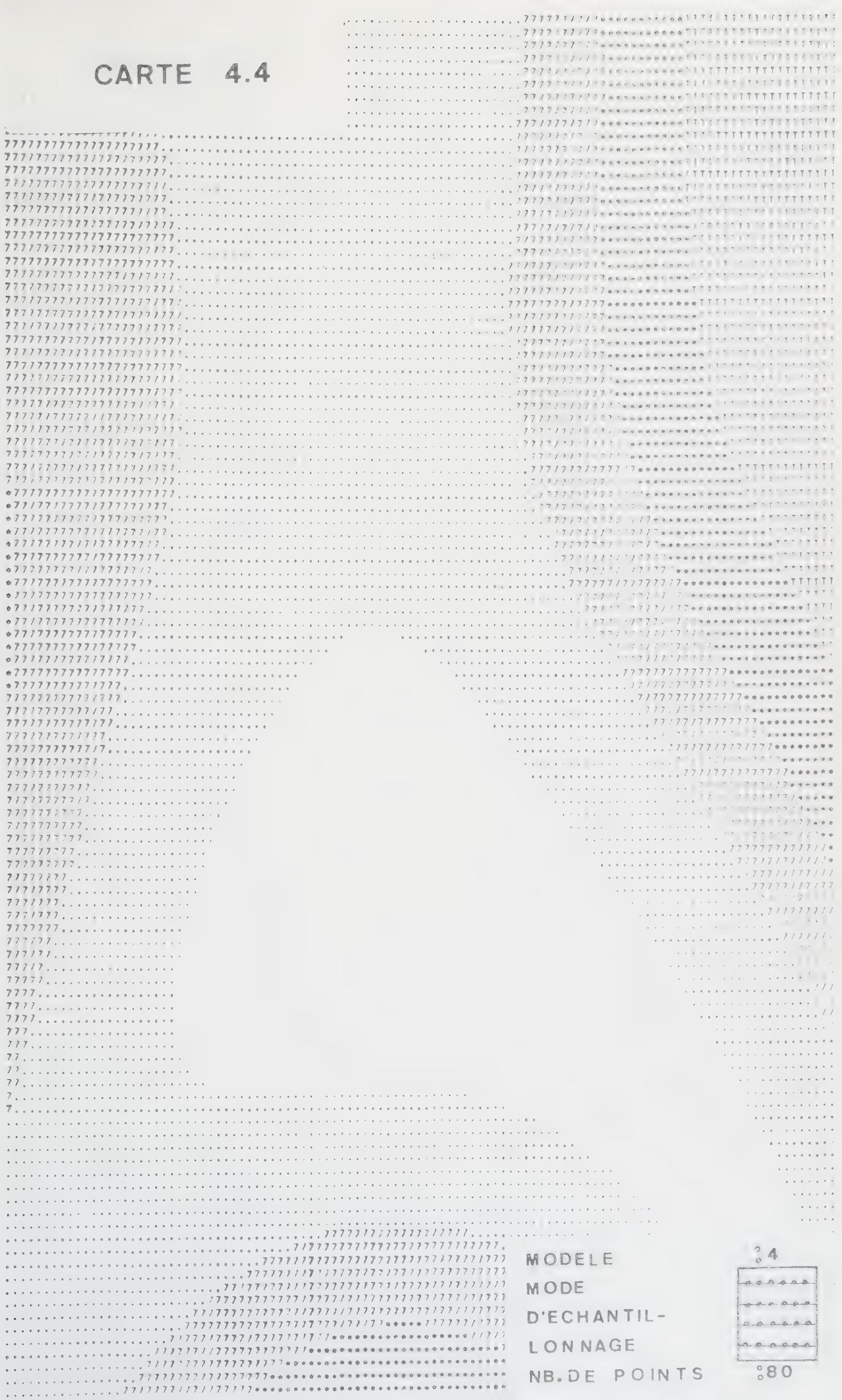
CARTE 4.2



CARTE 4.3



CARTE 4.4



CARTE 4.5



MODELE

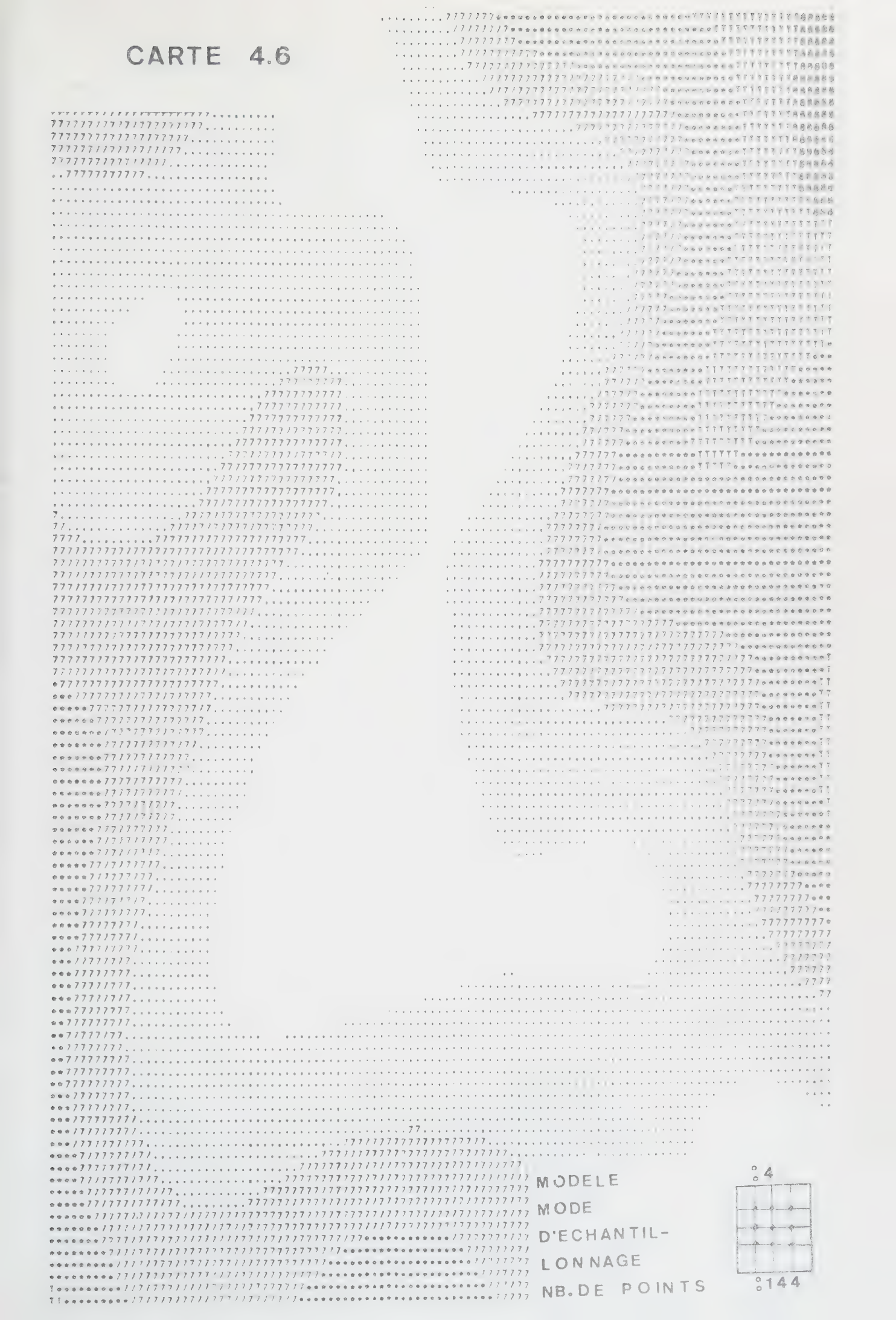
MODE

D'ECHANTIL-

LONNAGE

NB. DE POINTS

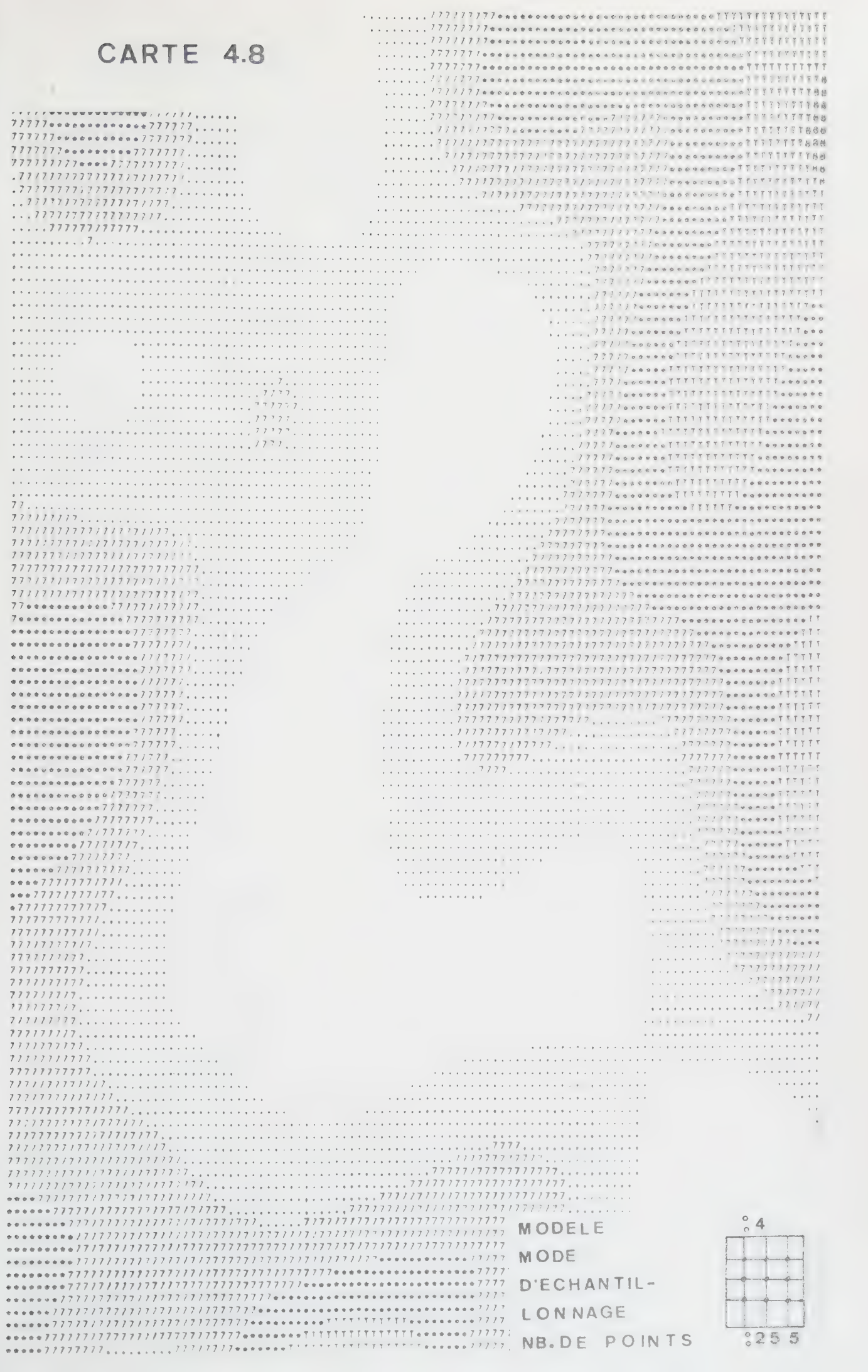
CARTE 4.6



CARTE 4.7



CARTE 4.8

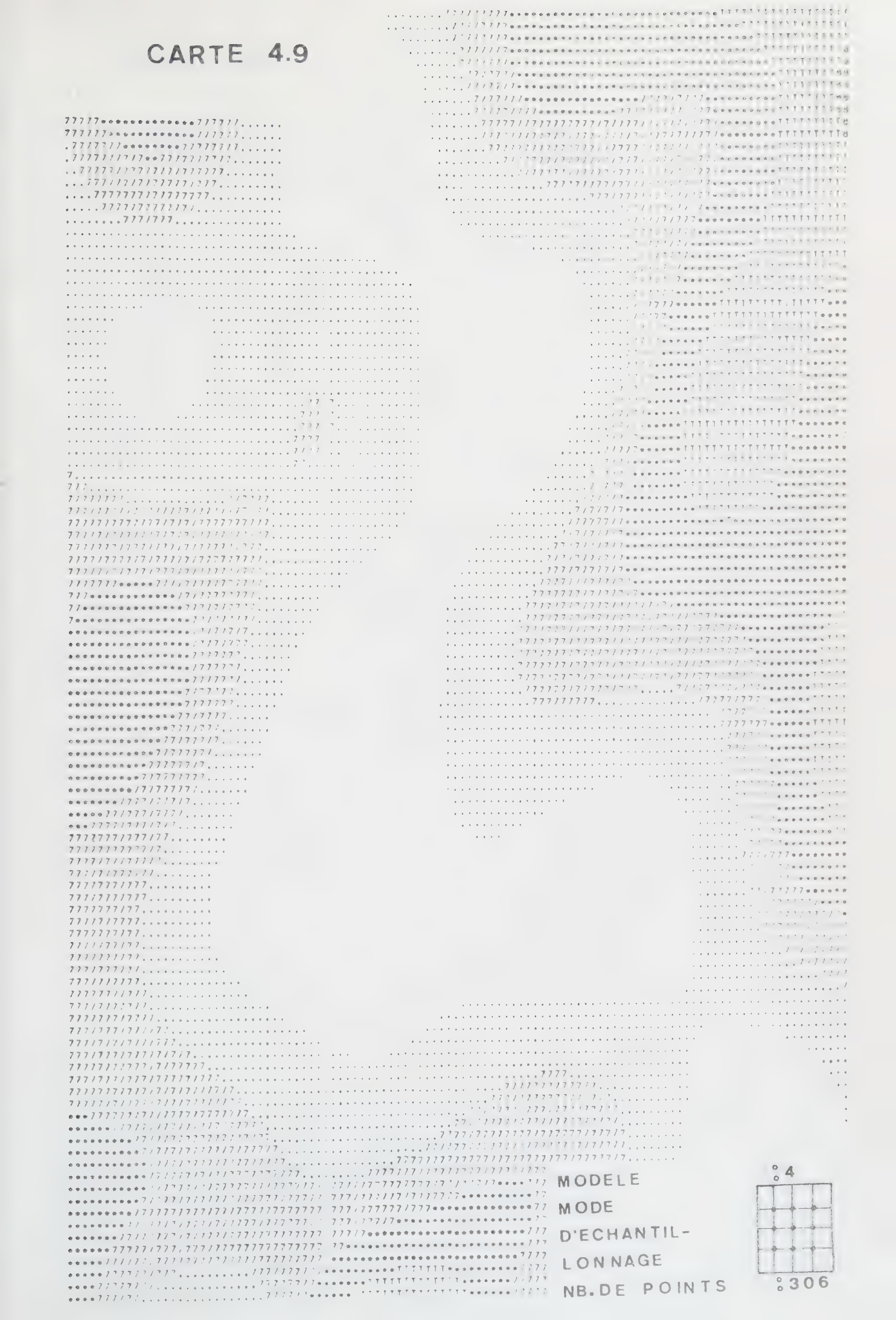


MODELE

MODE D'ECHANTILLONNAGE

NB. DE POINTS

CARTE 4.9



MODELE

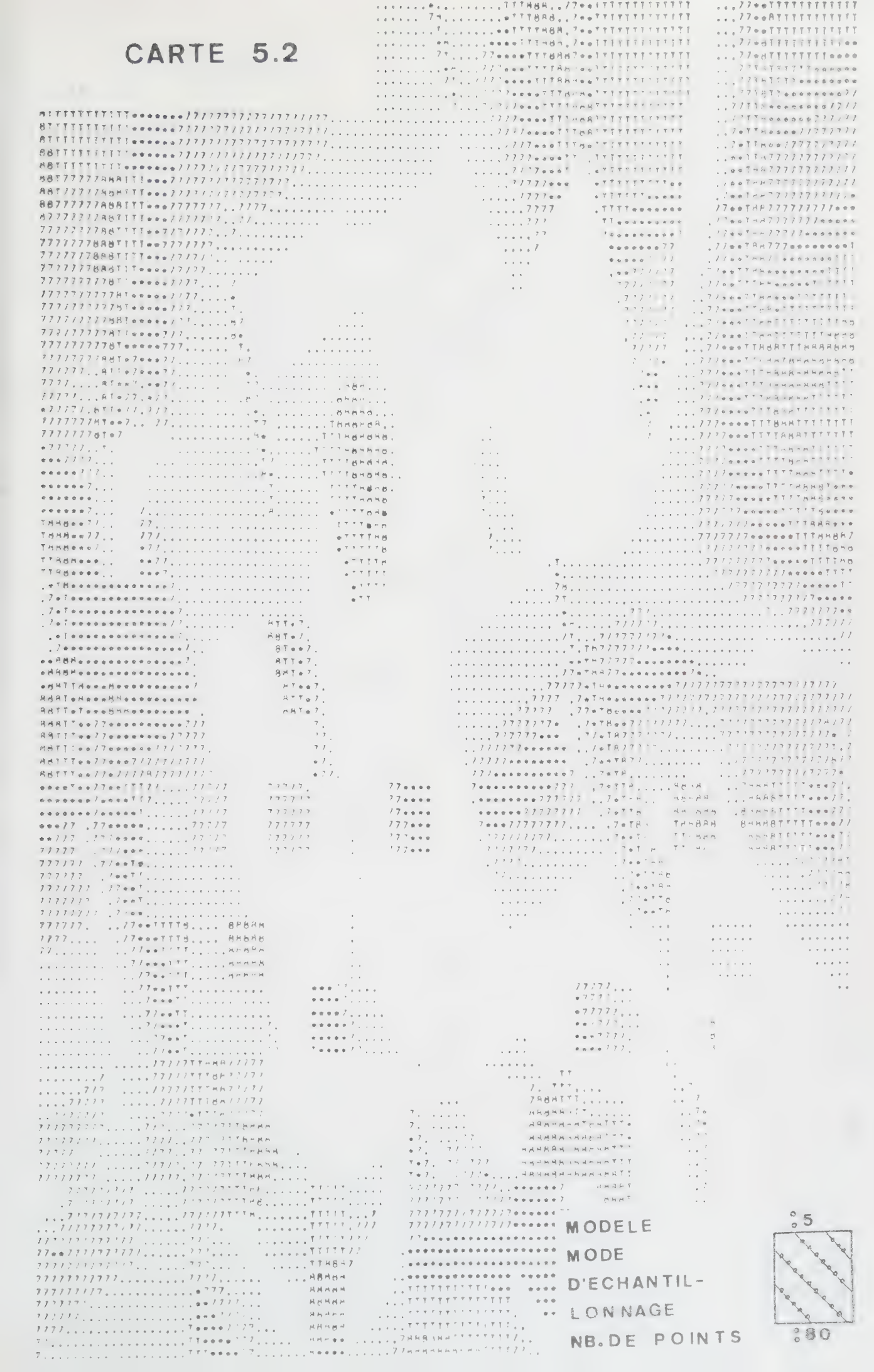
MODE D'ECHANTILLONNAGE

NB. DE POINTS

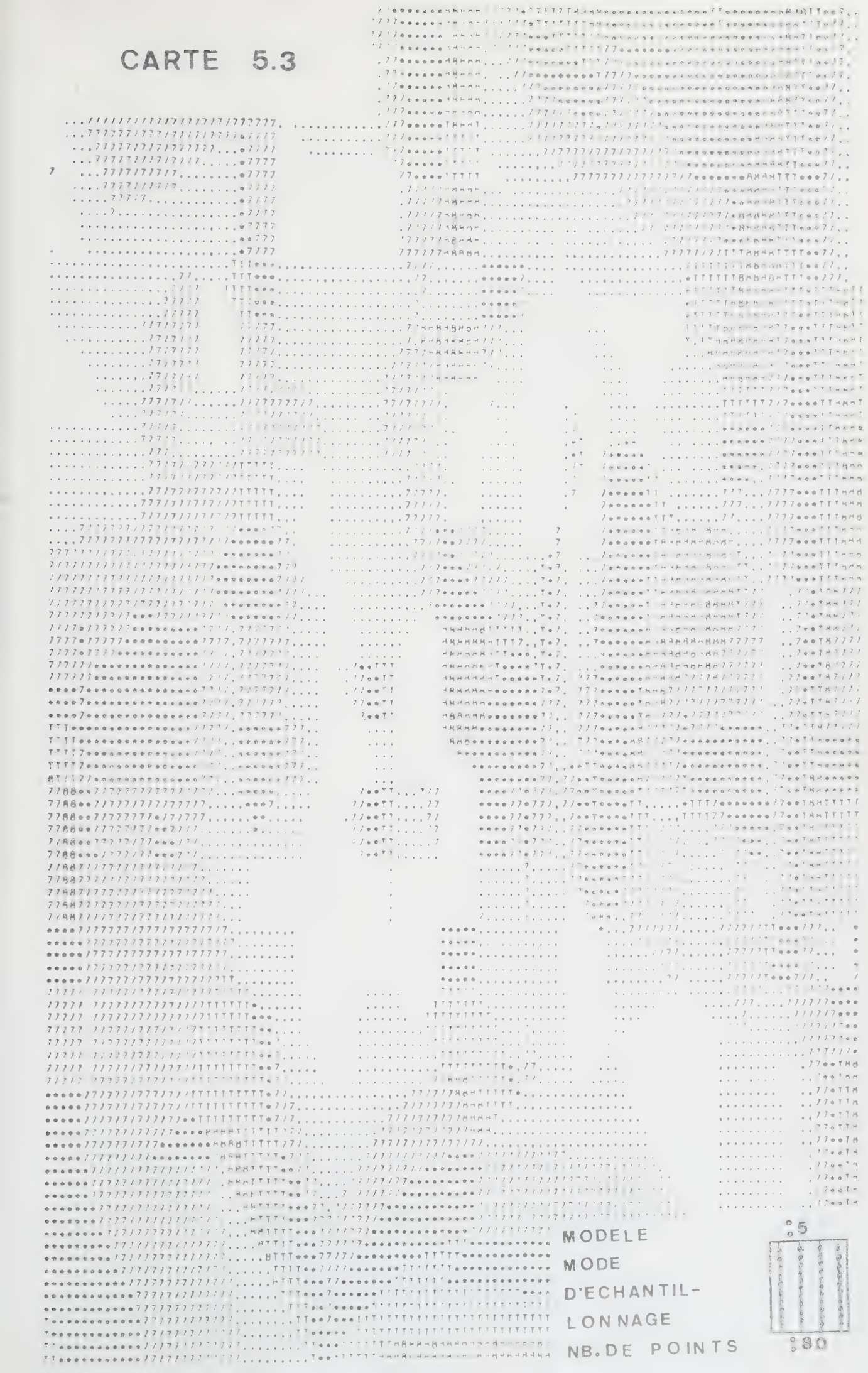
CARTE 5.1



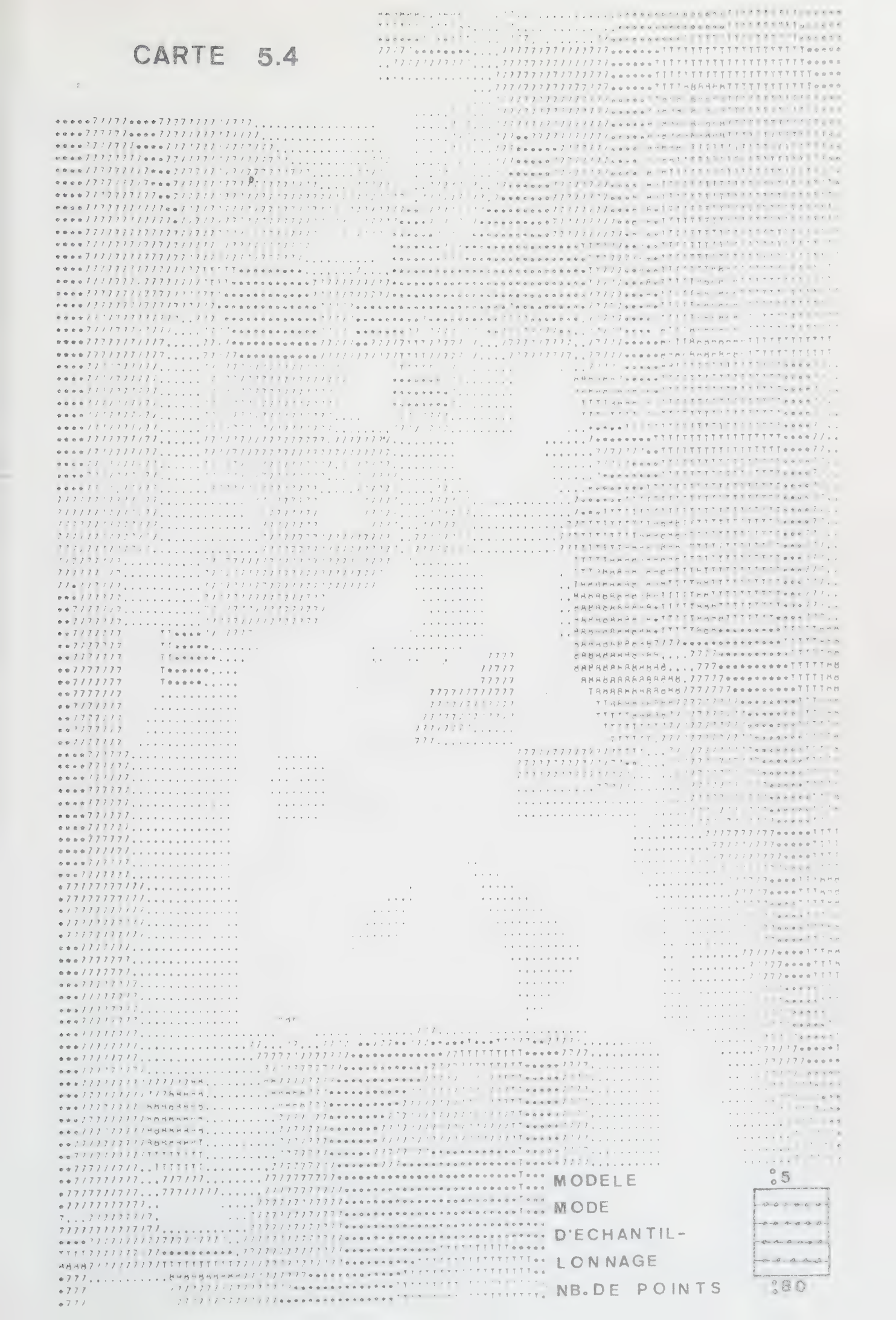
CARTE 5.2



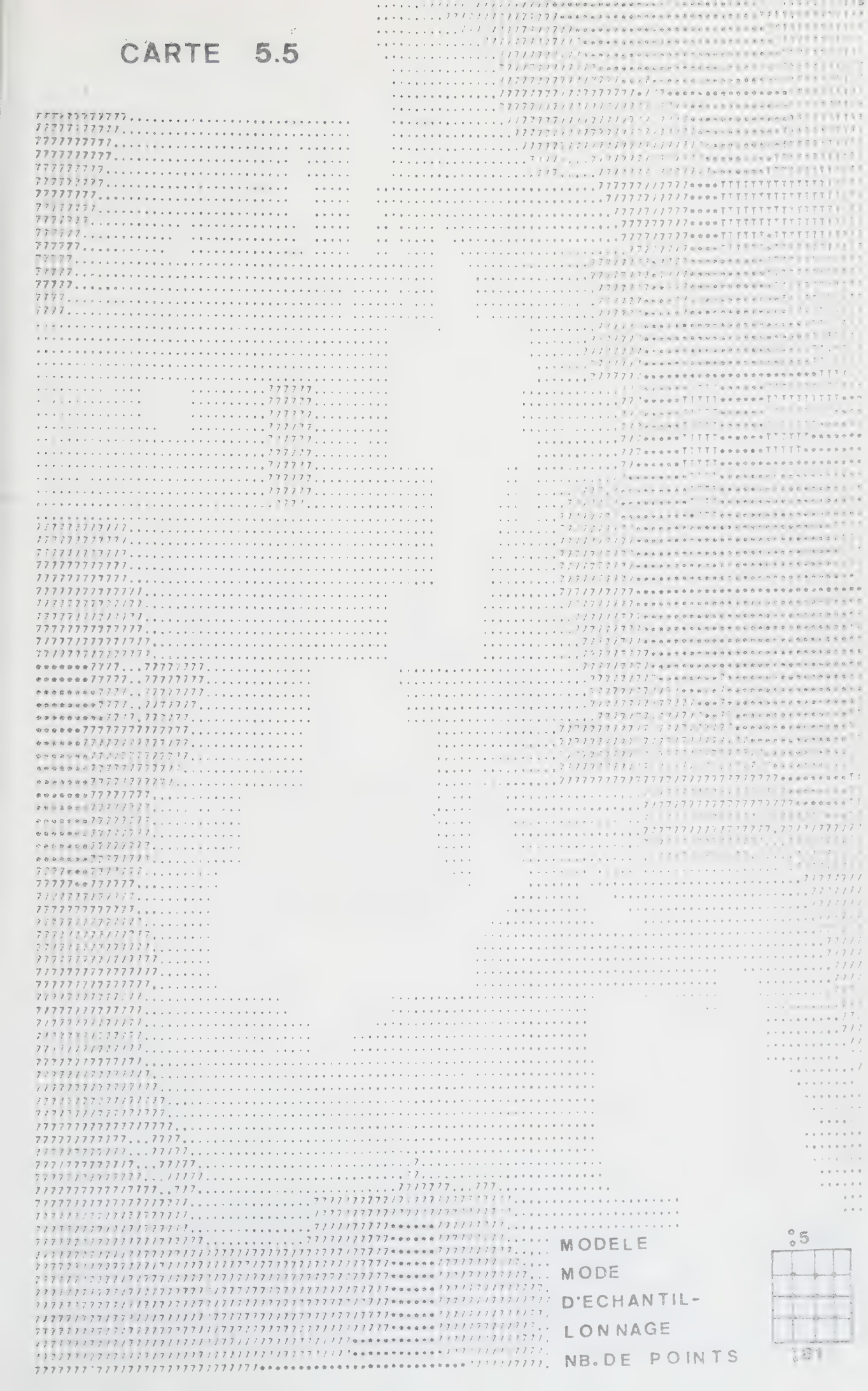
CARTE 5.3



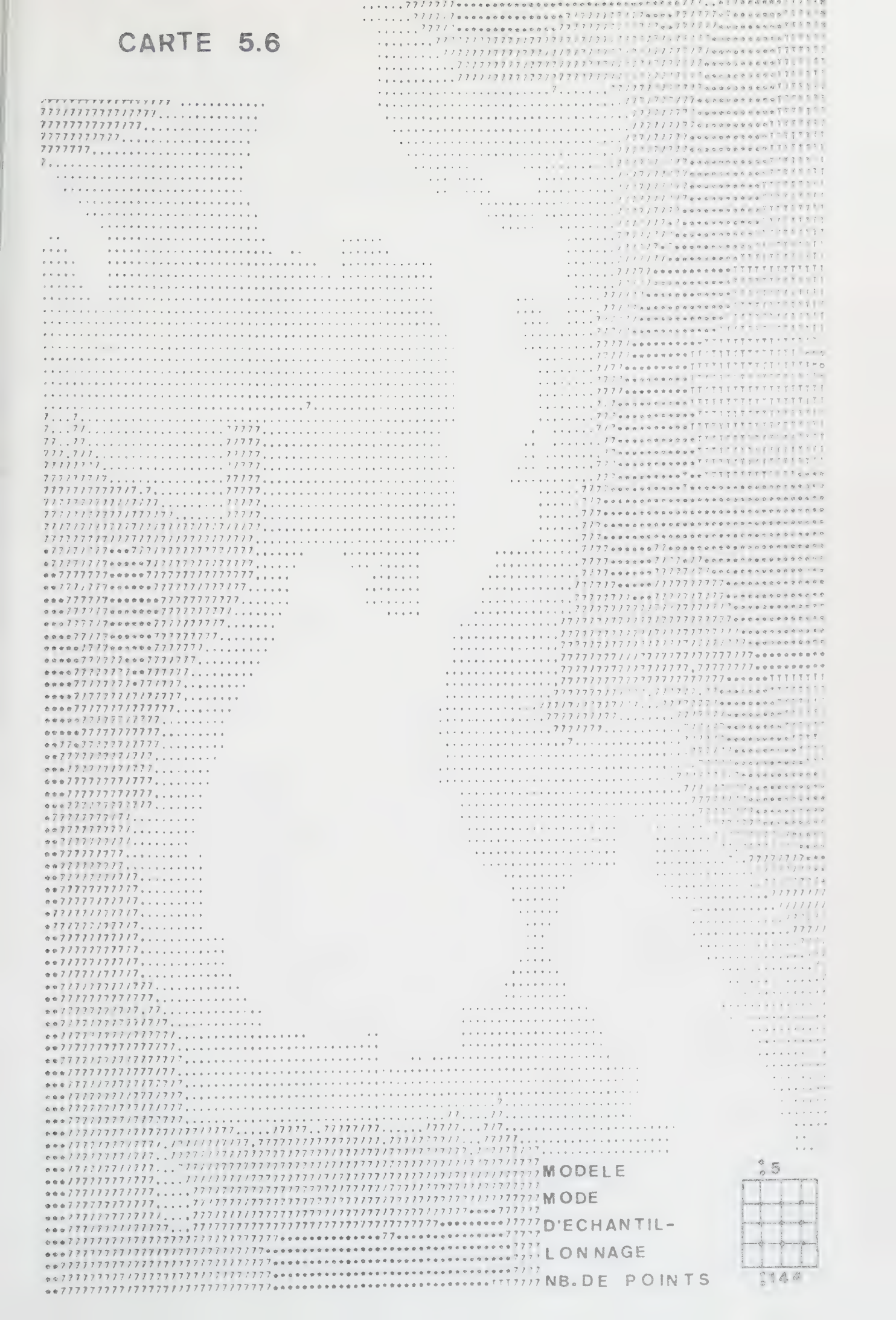
CARTE 5.4



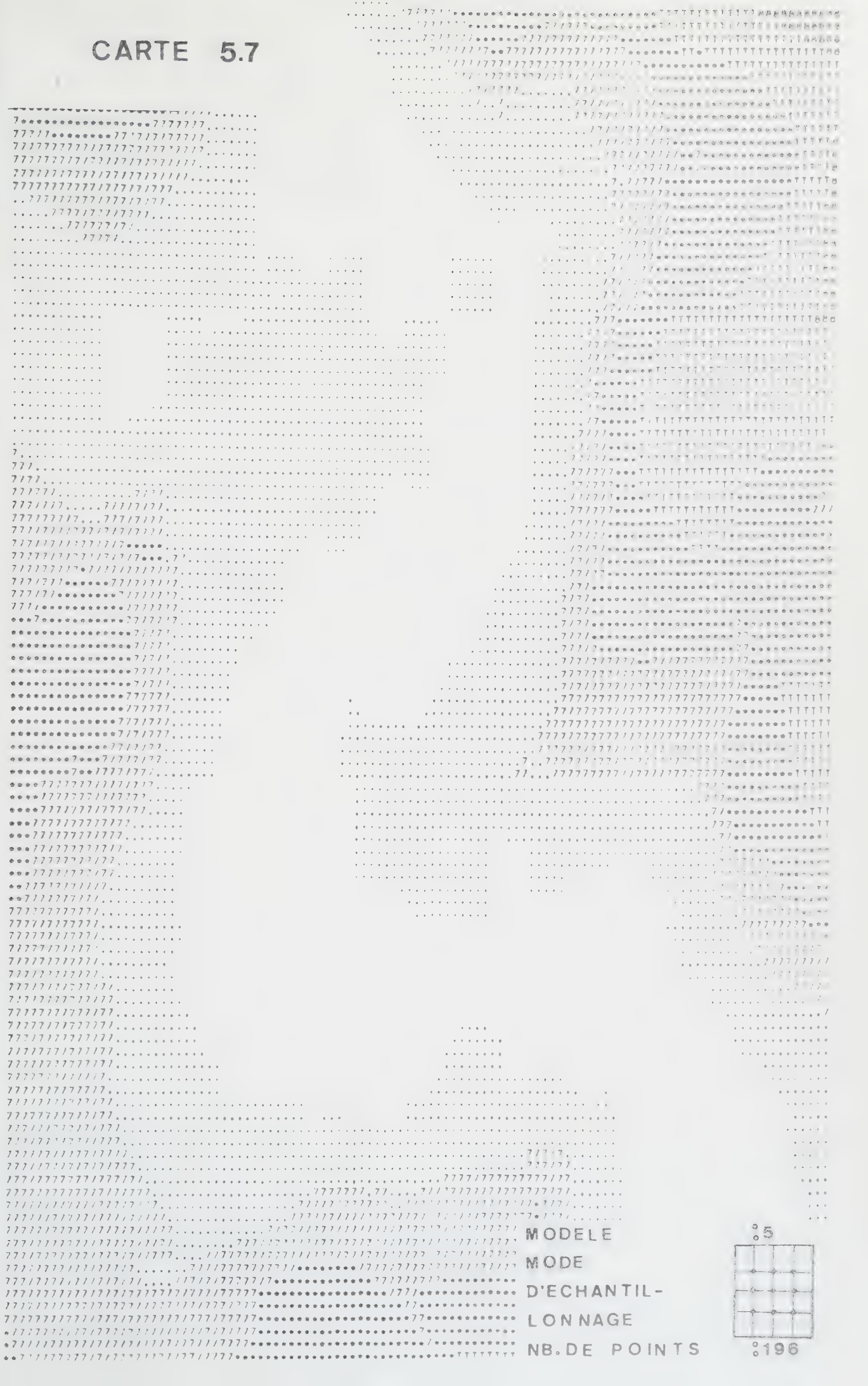
CARTE 5.5



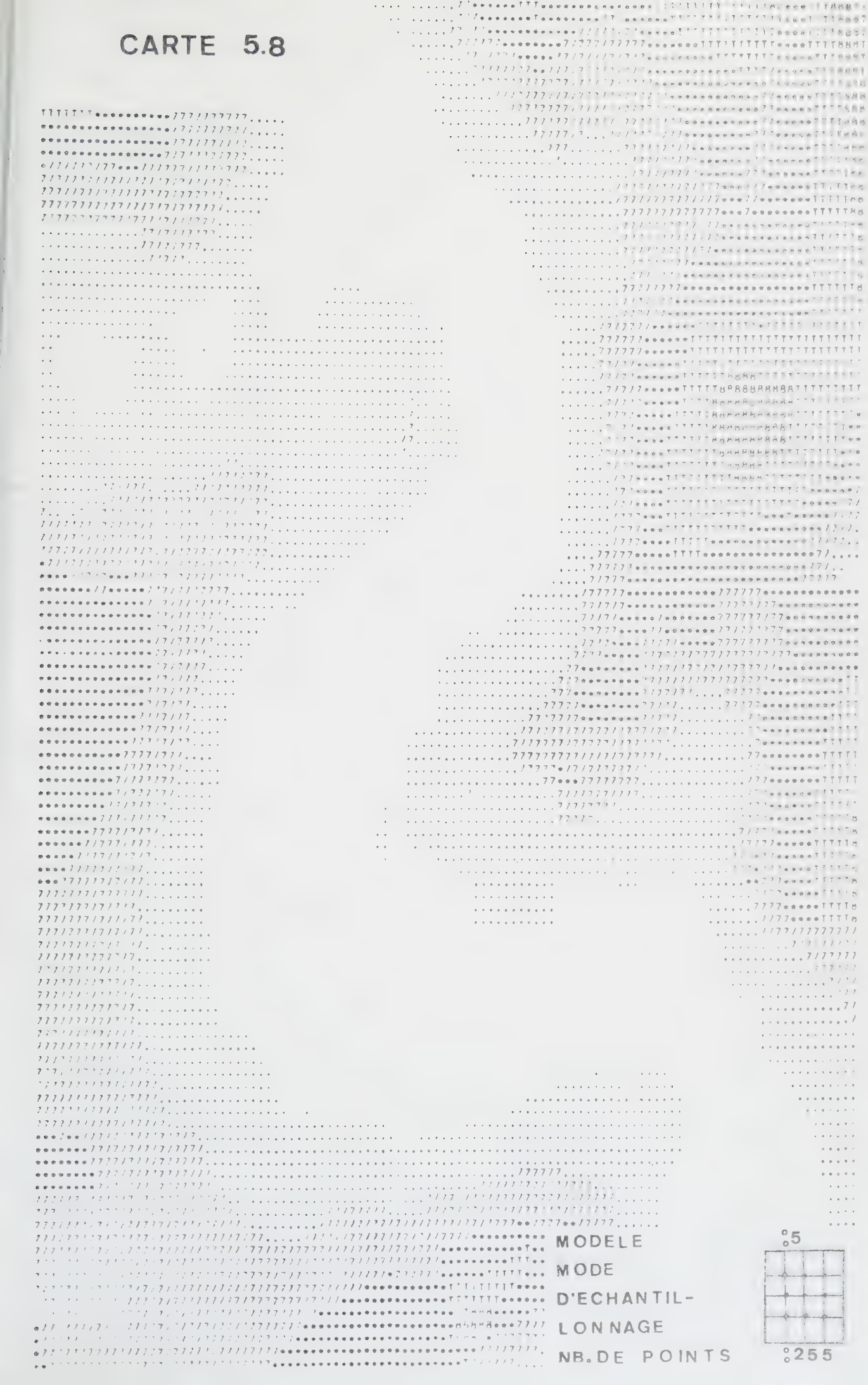
CARTE 5.6



CARTE 5.7



CARTE 5.8



CARTE 5.9

